



- Rapport de Projet de Fin d'Etude -

Simulation numérique d'un dispositif de traitement acoustique de liner aéronautique

GAUTHIER LE CHENADEC

Encadrants CERFACS Florent Duchaine
Laurent Gicquel

Encadrant ISAE Guillaume Dufour

Avril - Septembre 2016



CENTRE EUROPÉEN DE RECHERCHE ET DE FORMATION AVANCÉE EN [CALCUL SCIENTIFIQUE](#)

Table des matières

Préambule	4
0.1 Présentation du CERFACS	4
0.2 Code AVBP	4
Introduction	6
1 Notions sur l'acoustique des liners	8
1.1 Les liners acoustiques	8
1.1.1 Champ acoustique dans une nacelle	8
1.1.2 Caractéristiques du système	8
1.1.3 Principe de dissipation	10
1.2 Notions d'acoustique	10
1.2.1 Equation des ondes	11
1.2.2 Onde plane progressive	12
1.2.3 Notion d'impédance	14
1.2.4 Intensité du champ sonore	15
1.3 Impédance des liners acoustiques	15
1.3.1 Impédance d'une cavité sans couche résistive	15
1.3.2 Résonateur quart d'onde	16
1.3.3 Impédance des orifices	17
1.3.4 Méthode de Dean	17
1.3.5 Effet de l'intensité acoustique	18
2 L'acoustique en simulation numérique	20
2.1 Les problèmes aux limites du domaine	20
2.2 La méthode NSCBC	21
2.3 Schémas numériques et dissipation acoustique	23
3 Couche limite de Blasius	25
3.1 Introduction	25
3.2 Les équations dans le cas de la plaque plane	25
3.3 Couche limite dynamique	27
3.3.1 Mise en place du cas	27
3.3.2 Résultats	28

3.4	Couche limite thermique	32
3.4.1	Mise en place	32
3.4.2	Résultats	32
3.5	Couche limite pulsée	32
3.5.1	Mise en place	32
3.5.2	Résultats	32
4	Simulations sur les cavités	38
4.1	Description de la configuration	38
4.2	Choix physiques et numériques	39
4.3	Résultats	40
4.3.1	Champs instantanés	40
4.3.2	Champs moyens	42
5	Conclusion	54
A	Maillages	55

Préambule

0.1 Présentation du CERFACS

Le CERFACS (Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique) est spécialisé dans la modélisation et la simulation numérique. Son objectif est de développer des méthodes de simulation numérique avancées ainsi que des solutions algorithmiques pour résoudre les problèmes scientifiques et techniques abordés dans la recherche publique et industrielle. Ces simulations numériques requièrent l'utilisation des moyens de calcul les plus puissants. Le CERFACS est dirigé par un Conseil de Gérance dont les membres sont chacun issus de ses actionnaires. Il bénéficie par ailleurs des recommandations de son Conseil Scientifique.

En interne, le centre est structuré en quatre équipes différentes : "Aviation et Environnement", "Modélisation du Climat et de son Changement Global", "Algorithmique Numérique Parallèle", et "Mécanique des Fluides Numérique". Cette dernière, dont je faisais partie, consacre une grande partie de ses activités au développement de codes et de solveurs :

- AVBP : Code de mécanique des fluides,
- NTMIX : solveur d'écoulements réactifs d'ordre élevé,
- NTMIX-CHEMKIN : NTMIX intégrant la chimie complexe et ses équations de transport,
- JAGUAR : Mécanique des fluides pour schémas d'ordre élevé sur maillages très fins,
- AVTP : Solveur de conduction,
- TurboAVBP : LES en turbomachines,
- PRISSMA : Solveur Radiatif,
- AAP : Etude de l'aérothermique par méthode LES.

0.2 Code AVBP

L'outil de Simulation aux Grandes Echelles utilisé durant le projet est le code AVBP (co-développé par le CERFACS et l'IFP-EN). Il s'agit d'un solveur des équations de Navier-Stokes compressibles. Son noyau numérique hautement scalable sur des machines massivement parallèles fournit des prédictions d'ordre



FIGURE 1 – Le CERFACS situé sur le site du Météopole à Toulouse.

élevé sur des maillages non structurés. Son utilisation est très largement répandue dans la communauté combustion française et internationale et s'étend de plus en plus en aérodynamique interne notamment avec l'ajout récent de fonctionnalités pour les simulations de turbomachines. Ce code est également couplé à un solveur de thermique solide qui permet la résolution jointe de problèmes de transfert de chaleur conjugué.

Introduction

La réduction des nuisances sonores est un enjeu dans le domaine aéronautique ; les constructeurs font des efforts pour atteindre les recommandations du conseil européen ACARE qui stipulent une réduction du bruit de moitié d'ici 2020.

Il y a plusieurs sources de bruit sur les turbofans civils, et à chacune d'entre elles sont associées des méthodes de réduction de bruit spécifiques. La chambre de combustion et le jet de sortie génèrent du bruit large bande, tandis que le fan, les compresseurs et les turbines génèrent en plus du bruit tonal. Les revêtements acoustiques, ou liners acoustiques, sont efficaces dans la réduction de ce dernier. Ils consistent en un réseau de cavités, généralement placé sur la surface interne de l'avant de la nacelle (Fig. 1).

Les constructeurs sont également contraints de réduire la consommation de carburant, menant à des taux de dilution plus grands, et donc des diamètres de moteur plus grands. Le bruit de la soufflante est ainsi devenu prépondérant devant le bruit de jet, notamment lors des phases de décollage et d'approche. De plus, le rendement évoluant de pair avec les températures régnant dans le moteur, les températures d'éjections sont de plus en plus élevées, ce qui réduit les zones où l'on peut installer les liners acoustiques [1].

L'augmentation de la température dans le moteur a également des conséquences sur la tenue des pièces. La problématique de la gestion de la chaleur est devenue incontournable ; 63% des causes de défaillance de l'électronique embarquée dans l'aviation civile et militaire est d'origine thermique, et le déploiement de l'avion tout électrique devrait accentuer cette tendance du fait de l'augmentation croissante de la densité de ces composants, très sensibles à la chaleur. Pour palier à ce problème, des solutions existent ; la protection thermique et la valorisation thermique dans le système propulsif. Les travaux de ce stage s'inscrivent dans un projet en collaboration avec Airbus, ISAE-ENSMA, INSA Lyon, Atherm et Pulsver SA qui a pour buts d'améliorer la compréhension des problématiques thermiques d'intégration de moteur dans les nacelles afin de mieux protéger les dispositifs ainsi que de valoriser l'énergie disponible. Les études portées par le Cerfacs concernent la valorisation thermique dans le système propulsif. Elles seront menées d'une part sur les technologies d'échanges thermiques air-structure et fluide-structure, acoustiques et pompes et, d'autre part, sur l'intégration des pièces pour optimisation énergétique. Cette étude



FIGURE 2 – Revêtement acoustique sur la paroi interne d’une nacelle ¹.

porte sur un type de refroidissement qui consisterait à refroidir un circuit hydrolique dans la peau du revêtement acoustique, et plus particulièrement sur l’impact que porterait le système sur le couplage thermique/acoustique.

Ce projet étant à ses débuts, beaucoup de choses sont à faire pour arriver à son but. Le Cerfacs a vocation à faire des simulations numériques d’échange thermique sur les liners, mélangeant ainsi acoustique et thermique. Ce stage s’inscrit au travers de validation du code pour des configurations type liner acoustique, et pour les premières étapes dans la compréhension des couplages acoustique/thermique sur les liners.

Ce rapport est organisé de la manière suivante : dans le premier chapitre, on introduit les notions relatives à l’acoustique sur les liners afin de présenter les phénomènes que l’on va rencontrer. Le second chapitre traite des problèmes de conditions aux limites fréquents en acoustique, et permet d’introduire les méthodes numériques employées au cours de l’étude. Dans le troisième chapitre, la validation du code est étudiée sur un écoulement simple de type couche limite laminaire de Blasius. Cette étape est un pré-requis pour toute la suite de l’étude car elle est à la base de tous les calculs. On analyse ensuite un écoulement pulsé sur ce type de configuration. Dans le chapitre trois, on étudie différentes configurations d’écoulement sur des cavités afin d’étudier l’influence d’une cavité chauffée sur l’absorption des cavités.

1. source : <https://technology.nasa.gov/patent/LEW-TOPS-61>

Chapitre 1

Notions sur l'acoustique des liners

1.1 Les liners acoustiques

Ce chapitre introduit dans un premier temps les traitements acoustiques et le principe de dissipation de ces derniers. Ensuite, nous introduisons les bases de l'acoustique, afin de décrire les phénomènes à l'origine de l'absorption des liners acoustiques.

1.1.1 Champ acoustique dans une nacelle

Les sources de bruit sont multiples dans les turboréacteurs. Elles proviennent principalement de la soufflante, de la turbine, de la chambre de combustion, du compresseur et du bruit de jet (Fig. 1.1). Le bruit de soufflante représente près de 50% des nuisances sonores et est prépondérant au décollage et en phase d'approche. Son spectre comporte une composante large bande et une composante tonale correspondant à la fréquence de passage des aubes. Il est rayonné vers l'avant de la nacelle, et vers l'arrière via le flux secondaire, c'est pourquoi on retrouve notamment des revêtements acoustique tapissant l'intérieur de la nacelle (Fig. 2).

1.1.2 Caractéristiques du système

Les traitements acoustiques, ou liners acoustiques, sont responsables de la principale diminution du bruit dans les turbomachines. Les sources du bruit, l'environnement, les contraintes structurelles et d'encombrement définissent les

2. source : R. J. A STLEY , R. S UGIMOTO ET P. M USTAFI , Computational Aero-Acoustics for fan duct propagation and radiation. Current status and application to turbofan liner optimisation, Journal of Sound and Vibration, 330 (2011), pp. 3832–3845

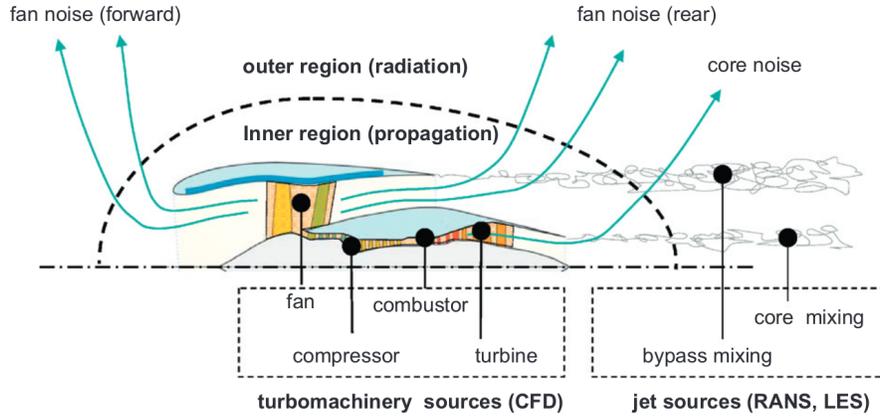


FIGURE 1.1 – Sources de bruit et directions de propagation dans un turbofan².

caractéristiques du traitement utilisé. On peut alors trouver plusieurs types de liner acoustique :

- les matériaux composites à structure sandwich : le diamètre des cavités est très inférieur à la demi-longueur d'onde, et la propagation de l'onde à l'intérieur de la cavité se fait alors dans une seule direction, indépendamment de l'angle d'incidence de l'onde. Ces matériaux sont dits à "réaction localisée", et sont efficaces contre le bruit tonal.
- les matériaux poreux : contrairement au matériaux à structure sandwich, les matériaux poreux absorbent sur une large gamme de fréquence.

Notre étude porte sur le premier type de liner acoustique (Fig. 1.2) ; les cavités sont fermées d'un côté, et recouvertes à l'autre extrémité d'une couche résistive, constituée d'un matériau mince perforé, caractérisée par son épaisseur et sa porosité, qui représente le rapport de la surface totale des perforations s_t sur la surface de la plaque S_p :

$$\sigma = \frac{s_t}{S_p} \quad (1.1)$$

Le fond de la cavité est rigide. Les cavités sont caractérisées par leur surface s et leur hauteur h . L'ensemble peut être assimilé à un réseau de résonateurs de Helmholtz ou de résonateurs quart-d'onde selon la plage de fréquence considérée et la porosité. On peut également classer les liners acoustiques conventionnels en trois catégories [2] :

- les liners SDOF : Single Degree Of Freedom (Fig. 1.2),
- les liners DDOF : Double Degree Of Freedom, plage de fréquence d'absorption plus large,
- les bulk absorbers.

4. source : Malmay, *Etude théorique et expérimentale de l'impédance acoustique de matériaux en présence d'un écoulement d'air tangentiel*, Université du Maine, 2000

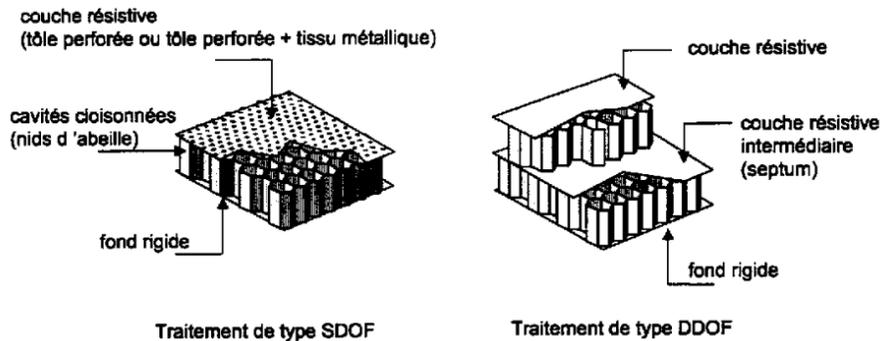


FIGURE 1.2 – Schéma des traitements acoustiques tapissant les parois des nacelles⁴.

Les premiers sont plus efficaces sur des plages de fréquences réduites, tandis que les bulks absorbers sont efficaces sur une large bande de fréquences. Pour des coûts de fabrications élevés, les bulks absorbers sont rarement employés dans l’aviation civile. Les liners DDOF sont peu utilisés, et on retrouve majoritairement les liners SDOF. Comme nous allons le voir, de nombreux paramètres affectent les performances des liners acoustiques, c’est pourquoi la plupart des études sur liners reposent sur ce type de configuration.

1.1.3 Principe de dissipation

Les liners acoustiques dissipent l’énergie acoustique en présence d’un écoulement pulsé sur la paroi. Lorsqu’un tel écoulement se propage sur le liner, deux mécanismes de dissipation de l’énergie acoustique peuvent survenir :

- l’énergie acoustique se dissipe sous forme de chaleur par frottement dans la couche de cisaillement au niveau du col de la cavité [3]. L’absorption est généralement faible pour ce régime.
- l’énergie acoustique se transforme en énergie cinétique par lâchés tourbillonnaires au niveau du col, et se dissipe ensuite sous forme de chaleur par effet visqueux. Cet effet est prépondérant lorsqu’il intervient, mais il n’est pas toujours présents. Certaines conditions doivent être réunies pour avoir la formation de tourbillons, notamment une intensité sonore suffisante, et une fréquence proche de la fréquence de résonance de la cavité.

1.2 Notions d’acoustique

Ce chapitre a pour but de se munir des outils nécessaires à l’étude de l’acoustique, que l’on retrouve dans le livre de Poinso et Veynante [4]. Après une rapide introduction qui mène à l’équation des ondes (équation fondamentale en

acoustique), on analyse la propagation d'ondes planes progressives dans un conduit afin de déboucher sur la définition de l'impédance, grandeur déterminante dans l'analyse des revêtements acoustiques.

1.2.1 Equation des ondes

On approche généralement la théorie acoustique à l'aide de simplifications qui permettent de se placer dans le cas de l'acoustique linéaire. Le principe est le suivant : on suppose que les perturbations acoustiques sont de faibles amplitudes. En dérivant les équations de conservation, on obtient alors l'équation des ondes. Les hypothèses que l'on retient sont :

- absence de forces volumiques,
- absence de viscosité,
- acoustique linéaire; les fluctuations sont supposées petites devant les grandeurs moyennes,
- variations isentropiques; l'écoulement reste isentropique s'il est initialement homogène et isentropique,
- écoulement principal à nombre de Mach faible.

Les équations de la masse, de conservation et de l'énergie s'écrivent, sous ces hypothèses :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0 \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \nabla \vec{u} = -\nabla p \quad (1.3)$$

$$p = \rho^\gamma e^{\frac{s_0}{C_v}} \quad (1.4)$$

avec s_0 l'entropie, et C_v la capacité thermique à volume constant. En notant (p', \vec{u}') la perturbation de pression et de vitesse de l'écoulement au repos caractérisé par (p_0, \vec{u}_0) , on écrit :

$$p = p_0 + p' \quad (1.5)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}' \quad (1.6)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho' \quad (1.7)$$

Et on obtient en substituant dans les équations 1.2 et 1.3 :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_0 \vec{u}' = 0 \quad (1.8)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + \nabla p' = 0 \quad (1.9)$$

Avec l'hypothèse de variation isentropique et en linéarisant, il vient $p' = c_0^2 \rho'$, où $c_0^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s=s_0}$ est la vitesse du son. Cette relation nous permet de ne garder que deux variables (p' et \vec{u}') pour décrire les ondes acoustiques :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{u}' = 0 \quad (1.10)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + \nabla p' = 0 \quad (1.11)$$

Ce qui nous permet d'obtenir l'équation des ondes :

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (1.12)$$

1.2.2 Onde plane progressive

Dans le cas 1D (une onde se propageant dans un conduit d'axe x par exemple), les équations 1.10 et 1.11 se réduisent à :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (1.14)$$

Ce qui mène à l'équation des ondes :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (1.15)$$

La solution de cette équation est la superposition de deux ondes caractéristiques A^+ et A^- telles que :

$$p' = A^+(t - x/c_0) + A^-(t + x/c_0) \quad (1.16)$$

$$u' = \frac{1}{\rho_0 c_0} (A^+(t - x/c_0) - A^-(t + x/c_0)) \quad (1.17)$$

Les fluctuations de pression et de vitesse pour l'onde A^+ sont telles que $p' = \rho_0 c_0 u'$. Pour l'onde A^- , on a $p' = -\rho_0 c_0 u'$. On introduit alors la notion d'impédance caractéristique du milieu $Z = \frac{p'}{u'} = \rho_0 c_0$. Pour l'air dans les conditions atmosphériques, on a une impédance caractéristique de 410 Pa.s.m^{-1} .

La notion d'impédance est utile pour caractériser la réponse d'un système (plaque perforée, conduit...) à une onde acoustique. On définit alors l'impédance réduite telle que :

$$z = \frac{Z}{\rho_0 c_0} = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p'}{u'} \quad (1.18)$$

On peut également lier l'impédance au coefficient de réflexion R défini comme :

$$R = \frac{A^+(t - z_0/c_0)}{A^-(t - z_0/c_0)} \quad (1.19)$$



FIGURE 1.3 – Schéma de la propagation d'une onde dans un conduit fermé.

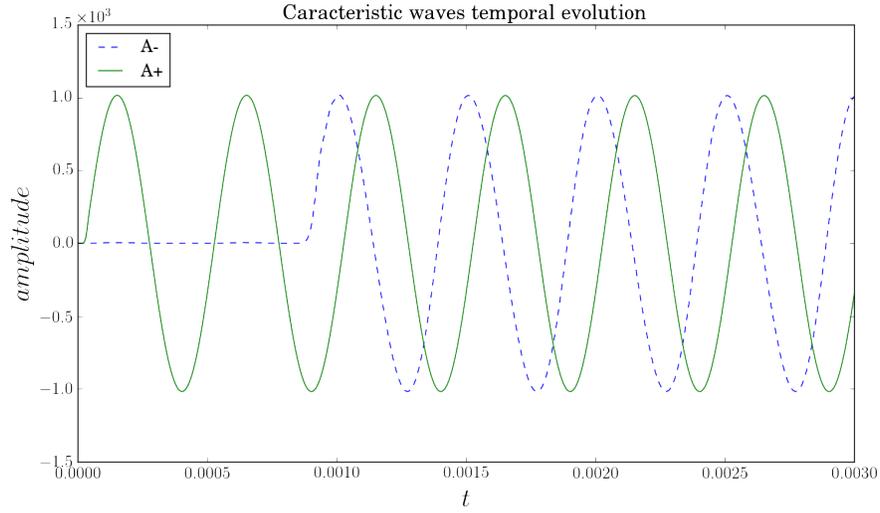


FIGURE 1.4 – Evolution des ondes caractéristiques sur une sonde située dans un conduit fermé.

et on obtient alors :

$$R = \frac{Z+1}{Z-1} \quad (1.20)$$

En simulant le cas d'un conduit fermé à une extrémité (Fig. 1.3), et à l'entrée duquel on injecte une onde sinusoïdale, on voit sur la figure 1.4 représentant l'évolution temporelle des ondes caractéristiques à l'entrée du conduit, que l'onde A^+ se propage jusqu'à la paroi opposée, où elle rencontre la condition de vitesse nulle :

$$u' = \frac{1}{\rho_0 c_0} (A^+(t - z/c_0) - A^-(t + z/c_0)) = 0 \Rightarrow A^+ = A^- \quad (1.21)$$

L'onde A^+ se réfléchit en onde A^- pour se propager dans la direction opposée et atteindre l'entrée. On remarque que les ondes ont la même amplitude, ce qui nous permet de déterminer $R = 1$ dans le cas du conduit fermé.

Remarque

Les ondes caractéristiques correspondent à deux modes de perturbation d'un écoulement inhomogène. D'après Chu et Kovásznay [5], deux autres modes viennent s'ajouter à ces modes acoustiques : les modes d'entropie et les modes tourbillonnaires. Ces deux derniers sont convectés à la vitesse de l'écoulement, tandis que les modes acoustiques se propagent à la vitesse du son dans le milieu, ce qui complique les choses.

La présence de modes hydrodynamiques rend l'isolation des perturbations acoustiques difficile, et une méthode pour y parvenir consiste à placer les sondes à la paroi où les perturbations hydrodynamiques sont absentes.

Enfin, cette décomposition de la pression et de la vitesse fluctuantes en grandeurs caractéristique est utile pour la définition des conditions aux limites que nous allons voir au chapitre suivant.

1.2.3 Notion d'impédance

Les phénomènes complexes qui interviennent suite à l'interaction d'une onde d'un milieu à un autre nécessitent de définir une quantité pour décrire l'influence de la surface de séparation des milieux. Dans notre cas, cette séparation est le liner acoustique. La présence d'un matériau absorbant peut alors être pris en compte par une condition aux limites.

Comme on l'a introduit précédemment, on caractérise principalement les liners acoustiques par leur impédance, notée Z , qui traduit l'amortissement et le changement de phase de l'onde. Si Z est supposée indépendante de l'angle d'incidence des ondes, on dit que le matériau est "localement réactif". L'impédance est :

- locale : en pratique, on considère une impédance acoustique représentative du matériau. L'impédance d'une cavité isolée et l'impédance de la plaque sont reliées par la porosité : $Z_{plaque} = \frac{Z_0}{\sigma}$ s'il n'y a pas d'interaction entre les cavités,
- fréquentielle,
- peut dépendre de l'amplitude de l'onde acoustique et des caractéristiques de l'écoulement rasant

L'impédance est une grandeur complexe que l'on peut écrire sous la forme :

$$Z = \theta + i\chi \quad (1.22)$$

où θ , la partie réelle, est la résistance acoustique, induite principalement par la plaque perforée et à l'origine de l'absorption, et χ , la partie imaginaire, est la réactance, qui détermine la fréquence d'absorption maximale.

Il est difficile de déterminer Z dans certaines applications, et plusieurs méthodes existent, principalement basées sur des résultats expérimentaux, couplées avec des méthodes inverses. La méthode de Dean, décrite plus bas, a été employée dans cette étude.

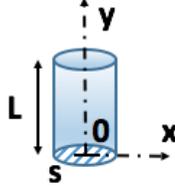


FIGURE 1.5 – Schéma d'une cavité sans couche résistive.

1.2.4 Intensité du champ sonore

On introduit ici une grandeur caractéristique d'une onde. On peut en effet caractériser le niveau sonore par les niveaux de pression acoustique (*SPL* pour *Sound Pressure Level*), que l'on écrit sous la forme :

$$SPL = 20 \log \frac{p_{rms}}{p_{réf}} \quad (1.23)$$

où p_{rms} est la valeur rms (*root mean square*) des fluctuations de pression acoustique, et $p_{réf} = 20\mu Pa$ est la référence de pression sonore qui correspond au seuil minimum que nous pouvons distinguer entre deux sons.

Les notions introduites dans ce chapitre vont nous permettre d'approcher l'impédance des liners acoustiques.

1.3 Impédance des liners acoustiques

1.3.1 Impédance d'une cavité sans couche résistive

Les tourbillons générés par une cavité sont plus intenses lorsque la fréquence de pulsation correspond à la fréquence de résonance de la cavité.

Pour bien comprendre le principe du résonateur quart-d'onde, qui constitue principalement les liners acoustiques SDOF, prenons tout d'abord l'exemple d'une cavité sans couche résistive détaillé par Malmary [6] (Fig. 1.5) ; en considérant une cavité de profondeur L et de diamètre inférieur à la longueur d'onde, on peut exprimer la pression acoustique dans la cavité sous la forme :

$$p_c(y) = A_c e^{j(ky - \omega t)} + B_c e^{j(-ky - \omega t)} \quad (1.24)$$

avec $k = \frac{\omega}{c_0}$ et la vitesse acoustique s'écrit selon y :

$$v_c(y) = \frac{1}{\rho_0 c_0} (A_c e^{j(ky - \omega t)} - B_c e^{j(-ky - \omega t)}) \quad (1.25)$$

Avec la condition aux limites du fond de la cavité rigide, on a $v_c(0) = 0$, d'où

$$A_c = B_c \quad (1.26)$$

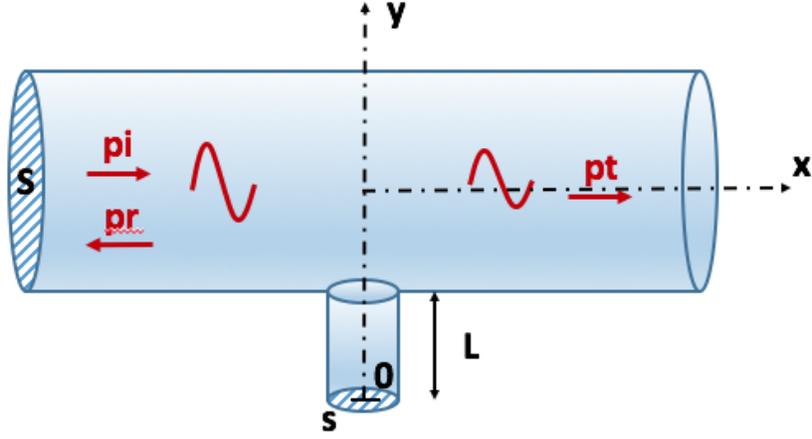


FIGURE 1.6 – Schéma d'une cavité sans couche résistive.

et on obtient :

$$p_c(y) = A_c(e^{j(ky-\omega t)} + e^{j(-ky-\omega t)}) = 2A_c \cos(ky)e^{-j\omega t} \quad (1.27)$$

$$v_c(y) = \frac{A_c}{\rho_0 c_0}(e^{j(ky-\omega t)} - e^{j(-ky-\omega t)}) = j \frac{2A_c}{\rho_0 c_0} \sin(ky)e^{-j\omega t} \quad (1.28)$$

Or par définition, l'impédance de surface de la cavité vaut :

$$z_c = \frac{p_1}{\rho_0 c_0 v} = \frac{p_c(L)}{\rho_0 c_0 v_c(L)} = -j \cot(kL) \quad (1.29)$$

1.3.2 Résonateur quart d'onde

On considère maintenant un conduit infini et de section S avec une cavité de section s et de longueur L (Fig. 1.6). Une onde progressive plane sinusoïdale se propage dans le conduit. En notant p_i l'onde incidente, p_r l'onde réfléchie et p_t l'onde transmise après la cavité, on peut définir le coefficient de transmission par :

$$\alpha_t = \left| \frac{p_t}{p_i} \right|^2 \quad (1.30)$$

On peut montrer alors que α_t peut s'écrire sous la forme :

$$\alpha_t = \left| \frac{z_c}{\frac{s}{2S} + z_c} \right|^2 \quad (1.31)$$

Or on a montré que $z_c = \frac{p_1}{\rho_0 c_0 v} = \frac{p_c(L)}{\rho_0 c_0 v_c(L)} = -j \cot(kL)$. La fréquence des minimums du coefficient de transmission, et donc des maximums d'absorption,

telle que $\alpha_t = 0$ est vérifiée pour $z_c = 0$, et dépend uniquement de la longueur de la cavité.

$$z_c = 0 \Rightarrow kL = (2n + 1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow f = (2n + 1)\frac{c_0}{4L} \quad (1.32)$$

pour n entier positif. Le premier minimum est donc obtenu pour $L = \frac{\lambda}{4}$ où λ est la longueur d'onde, d'où le nom "résonnateur quart-d'onde". Nous allons voir maintenant comment caractériser ce type de dispositif.

1.3.3 Impédance des orifices

Rayleigh fut le premier à prédire l'impédance d'orifices en effectuant l'analogie avec un système masse-ressort. De nombreuses corrections furent apportées à ce modèle, et il est intéressant car il n'utilise pas l'approche de la mécanique des fluides. Par la suite, des études expérimentales sur un orifice ont montré qu'un écoulement rasant augmente la résistance et diminue la réactance. Or la présence d'un écoulement rend la caractérisation des matériaux difficile. De nombreux modèles semi-empiriques existent, valides pour des géométries et conditions spécifiques (Ingard et Melling [7], puis Guess qui apporte des corrections). Il existe également des méthodes directes, dont fait partie la méthode de Dean, largement employée. Mais celles-ci sont intrusives et faussent ainsi les résultats. C'est pourquoi les méthodes inverses ont été développées; l'impédance est le paramètre minimisant une fonction objectif représentative de la différence entre un modèle théorique donné et les mesures effectuées. La NASA a également mis au point une procédure d'identification d'impédance (*impedance eduction*) qui consiste en la résolution par éléments finis de l'équation de Helmholtz.

1.3.4 Méthode de Dean

La méthode in-situ à deux microphones mise au point par Dean [8] est largement employée du fait de sa simplicité et de sa fiabilité. Un capteur est disposé au fond de la cavité (B), et un autre est posé sur la paroi au dessus de la cavité (A, voir Fig. 1.7). On peut alors montrer que :

$$z = -i \frac{\hat{p}_A}{\hat{p}_B} \frac{e^{i\phi}}{\sin kH} \quad (1.33)$$

avec \hat{p}_A et \hat{p}_B les coefficients de Fourier du signal de pression, k le nombre d'onde, et ϕ la différence de phase entre les deux capteurs. En présence d'un écoulement, l'onde incidente est convectée, et comme les sondes ne sont pas situées au même endroit, il faut donc corriger la différence de phase due à la propagation de l'onde. La correction à apporter est donc :

$$\Delta\phi = \frac{d}{\lambda(1+M_\infty)} \quad (1.34)$$

où λ est la longueur d'onde, et d est la distance entre la position du capteur et celle du centre de l'ouverture.

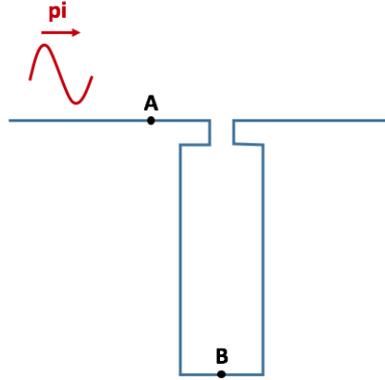


FIGURE 1.7 – Position des sondes dans la méthode de Dean.

1.3.5 Effet de l'intensité acoustique

L'intensité acoustique pilote principalement l'apparition des tourbillons. En effet, dans ses nombreuses expériences, Melling [7] a calculé dans les années 60 l'impédance de liners acoustiques à l'aide d'une méthode semi-empirique, et il s'est rendu compte que le comportement linéaire ou non-linéaire (présence de tourbillons) de l'écoulement excité dans la cavité dépend essentiellement de l'intensité sonore (*Sound Pressure Level*). En 1967, Ingard et Ising [9] montrent l'existence de ces deux régimes d'écoulement en s'appuyant sur la mesure de la pression et de la vitesse acoustique dans un orifice placé au dessus d'une cavité et au fond de laquelle un piston produit une excitation acoustique sinusoïdale à différentes amplitudes.

- En régime linéaire, l'écoulement près de l'orifice est potentiel [6] ; la pression acoustique que l'on impose est équilibrée par l'accélération de l'écoulement au voisinage de l'orifice. La pression est proportionnelle à la vitesse, l'impédance est donc constante.
- Pour de plus fortes vitesses acoustiques, on atteint le régime non-linéaire ; l'écoulement se sépare et prend la forme d'un jet. A chaque instant, l'écoulement n'est plus symétrique des deux côtés de l'orifice. D'un côté, l'écoulement entrant est potentiel, tandis qu'un jet suivi de tourbillons se forme de l'autre côté. Au bout d'une demi-période de l'excitation acoustique, ces formes d'écoulements sont interchangeables. L'énergie nécessaire à la création du jet et des tourbillons correspond à une perte d'énergie acoustique dans l'orifice.

Pour comprendre l'origine de ces tourbillons, on peut revenir sur des notions d'acoustiques introduites par Rienstra et Hirschberg [10]. En régime linéaire, le déplacement acoustique δ , correspondant au déplacement d'une particule de fluide dû à la propagation d'une onde harmonique de pulsation $\omega = 2\pi f$ tel que $\delta = \frac{|u'|}{\omega}$, est petit par rapport à l'échelle caractéristique L de la géométrie

considérée. En d'autres termes, le nombre de Strouhal acoustique $Sr_a = L/\delta$ est grand. En revanche, si δ est plus grand que le rayon de courbure R des arêtes d'une paroi, l'écoulement se sépare et formera des tourbillons. L'hypothèse de linéarité n'est plus valide ; la perturbation n'est pas négligeable devant l'écoulement. Un nombre de Strouhal faible implique donc des effets d'origine non-linéaire importants, c'est-à-dire des lâchers tourbillonnaires plus intenses.

Tam et al. [11] ont d'ailleurs travaillé sur la forme des orifices ; une forme biseautée est plus efficace car le rayon de courbure de l'arrête est plus faible. Les lâchers tourbillonnaires observés sont plus forts et le coefficient d'absorption plus élevé.

Chapitre 2

L'acoustique en simulation numérique

Les conditions aux limites sont un problème déterminant dans les codes de simulation numérique compressible. De plus, la complexité de la définition de ces limites est accentué avec la présence de l'acoustique. Ce chapitre pose cette problématique dans un premier temps, avant d'introduire une solution pour les conditions aux limites reposant sur la méthode des caractéristiques (conditions NSCBC).

2.1 Les problèmes aux limites du domaine

A l'intérieur du domaine de calcul, les variables sont mises à jour par le schéma numérique à chaque pas de temps, et le solveur utilise pour cela les informations des noeuds voisins (en prenant l'exemple d'un cas en différences finies). Mais pour un noeud situé à la limite du domaine (Fig. 2.1), il n'y a pas d'information provenant de l'extérieur, et il manque donc une source d'information au schéma. En LES (*Large Eddy Simulation*) ainsi qu'en DNS (*Direct Numerical Simulation*), les calculs sont instationnaires ; des perturbations physiques (ondes acoustiques, tourbillons ou fluctuations d'entropie) et numériques (*wiggles*) atteignent les frontières du domaine. Les conditions doivent alors prendre en compte ce qui entre et sort du domaine.

Ainsi, si on impose une condition de type Dirichlet en fixant une valeur cible sur une frontière du domaine, par exemple une vitesse u_{cible} en entrée et une pression p_{cible} en sortie, d'après l'équation 1.17, à l'entrée :

$$u = u_{cible} \Rightarrow u' = \frac{1}{\rho_0 c_0} (A^+(t - z/c_0) - A^-(t + z/c_0)) = 0 \Rightarrow A^+ = A^- \quad (2.1)$$

et d'après l'équation 1.16, à la sortie :

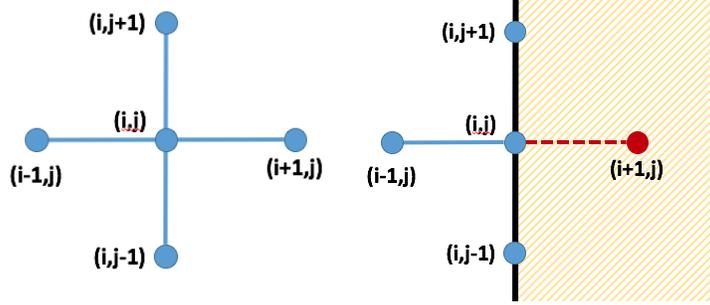


FIGURE 2.1 – Cas où le noeud est au milieu (Fig. gauche) puis au bord du domaine.

$$p = p_{cible} \Rightarrow p' = A^+(t - z/c_0) + A^-(t + z/c_0) = 0 \Rightarrow A^+ = -A^- \quad (2.2)$$

Les conditions sont réfléchissantes; toute l'énergie introduite par les ondes reste dans le domaine. De plus, la LES tend à réduire au maximum la viscosité artificielle et numérique, et les perturbations ne sont ainsi pas dissipées, ce qui peut modifier complètement l'acoustique et la physique de l'écoulement si elles ne sont pas évacuées correctement, et mener à l'explosion potentielle de l'énergie acoustique et des calculs. Une condition correcte devrait permettre d'imposer une valeur cible sans être réfléchissante afin de permettre à l'onde de quitter le domaine.

2.2 La méthode NSCBC

Le problème consiste donc à évacuer correctement les perturbations. La forme conservative des équations de Navier Stokes ne permet pas de représenter aisément ce qui entre ou sort du domaine, ni de contrôler les perturbations. Or une forme qui nous permettrait d'identifier ce qui entre et sort du domaine est la forme caractéristique, que nous avons vu précédemment pour l'équation d'onde par exemple. Le problème repose sur le fait que l'approche caractéristique fonctionne pour des équations hyperboliques, comme les équations d'Euler, mais pas pour les équations de Navier Stokes.

La première étape consiste alors à décomposer les cinq variables conservatives des équations de Navier Stokes en variables caractéristiques, ou de transport :

$$(\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E) \Rightarrow (W_1, W_2, W_3, W_4, W_5) \quad (2.3)$$

où u, v, w sont les composantes de la vitesse, E l'énergie cinétique et W_1, W_2, W_3, W_4, W_5 les variables caractéristiques décrites par Point et Lele [12] (voir Fig. 2.2).

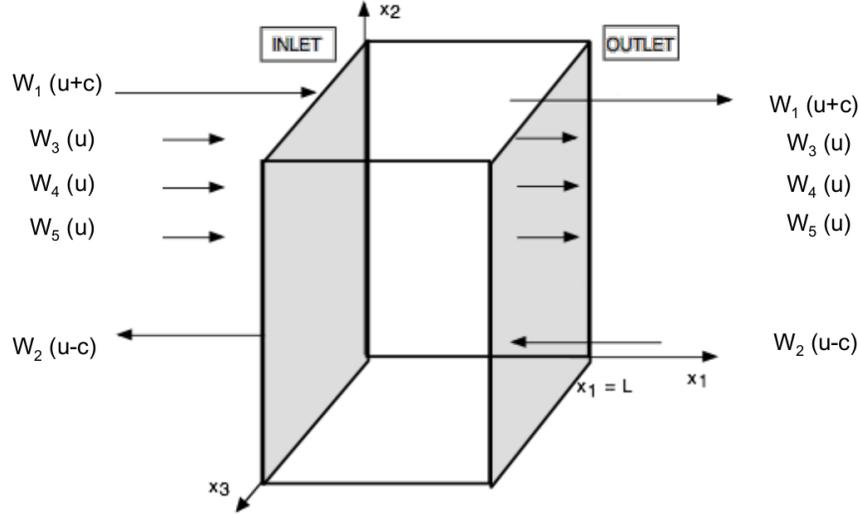


FIGURE 2.2 – Illustration de la décomposition caractéristique.

On connaît les informations sur les ondes quittant le domaine à partir des informations à l'intérieur de celui-ci. En revanche, nous n'avons pas d'information provenant du domaine sur les ondes entrantes. Il faut apporter une correction au modèle. Le principe consiste en une correction que l'on vient appliquer aux ondes caractéristiques, que l'on retransforme ensuite en variables conservatives corrigées.

En prenant l'exemple d'une sortie subsonique, la pression est reliée aux variables caractéristiques telle que :

$$\partial P = \frac{\rho c}{2}(\partial W_1 + \partial W_2) \quad (2.4)$$

où ∂W_1 est l'onde sortante, connue des informations provenant du domaine, et ∂W_2 est l'onde entrante, que l'on peut contrôler. Il y a alors deux solutions pour fermer le problème :

- Condition réfléchissante : en posant $\partial W_2 = -\partial W_1$, et $\partial P = 0$, on connaît toutes les ondes à la limite, et la pression à la frontière est la pression cible. On retrouve le cas où l'on fixait la pression à la sortie, et toutes les ondes restent dans le domaine.
- Condition non réfléchissante : on pose $\partial W_2 = 0$, d'où $\partial P = \frac{\rho c}{2}\partial W_1$. Aucune onde ne rentre dans le domaine, et l'onde sortante quitte bien le domaine. En revanche, rien ne nous assure que la pression ne va pas dériver.

La condition caractéristique optimale conserve les avantages des deux solutions, à savoir maintenir la valeur cible tout en évacuant les ondes sortantes. La



FIGURE 2.3 – Onde se propageant dans un conduit.

condition caractéristique de relaxation est un compromis entre ces deux solutions. Elle repose sur l'expression de l'onde entrante telle que :

$$\partial W = \frac{2}{\rho c} K \Delta t (P_{cible} - P) \quad (2.5)$$

où K est le coefficient de relaxation.

On retrouve ainsi Fig. 2.4 l'effet du coefficient de relaxation dans le cas d'un conduit. On injecte une onde dans le sens des x positifs (Fig. 2.3) et on trace l'évolution temporelle des ondes caractéristiques à partir d'une sonde située à 95% de la longueur du domaine, juste avant la sortie. Le calcul a été fait pour différentes valeurs du coefficient de relaxation de la pression.

On remarque que pour des coefficients faibles (0 et 50), l'onde réfléchie est inexistante ou très faible. En revanche, pour les grands coefficients, l'onde est partiellement réfléchie, voire complètement pour le cas à 500 000, et le temps de calcul permet de voir une seconde réflexion qui apparaît. Il sera donc essentiel dans la suite de l'étude de porter attention à ce paramètre.

2.3 Schémas numériques et dissipation acoustique

Les fluctuations acoustiques sont très faibles par rapport aux grandeurs moyennes de l'écoulement. Il faut donc utiliser des schémas numériques d'ordre élevé pour ne pas dissiper et disperser l'acoustique. Dans cette étude, nous avons utilisé les schémas Lax-Wendroff ("LW", schéma type volumes finis) établi par Lax et Wendroff [13], et Two-Step Taylor Galerkin '4A' ("TTG4A", schéma type éléments finis) développé par Colin et Rudgyard [14].

Les notions d'acoustique et de simulation numérique dans ce domaine étant posées, nous allons désormais traiter un cas bien connu afin de valider notre méthode : la couche limite sur plaque plane.

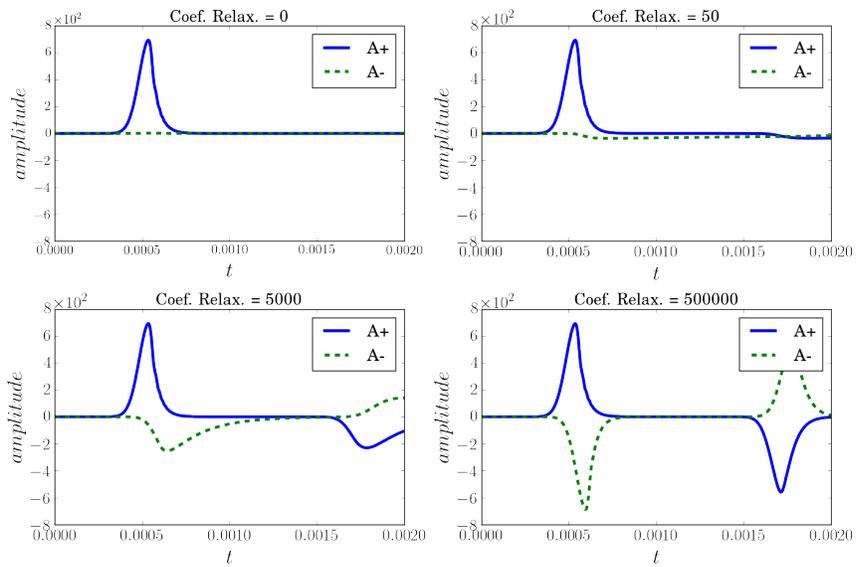


FIGURE 2.4 – Evolution temporelle des ondes caractéristiques dans un conduit ouvert pour différents coefficients de relaxation en sortie (0, 50, 5 000, 500 000)

Chapitre 3

Couche limite de Blasius

Afin d'étudier l'effet de l'acoustique sur la thermique, nous avons pris comme cas d'étude la couche limite de Blasius, dont on connaît la solution exacte. Dans ce chapitre, on retrouve tout d'abord une introduction sur cette équation, puis la méthode mise en place pour simuler le cas d'une couche limite laminaire sur plaque plane et sa validation. Cette couche limite est ensuite pulsée, et la plaque est également chauffée afin d'obtenir de premiers résultats sur le couplage acoustique/thermique. Cette étude a également un grand intérêt du point de vue des calculs puisqu'elle nous a permis d'imposer directement à l'entrée du domaine un profil de Blasius, et ainsi de s'affranchir de la simulation du bord d'attaque de la plaque plane qui nécessite des coûts de calculs importants.

3.1 Introduction

Prandtl montre que la viscosité a un effet prépondérant à la paroi. Sa conjecture initiale consiste à considérer que les effets de viscosité y sont confinés pour un écoulement à grand nombre de Reynolds d'un fluide visqueux autour d'un obstacle, et qu'en dehors de cette zone, on peut faire l'approximation d'un fluide parfait et y résoudre les équations d'Euler (Cazalbou et Joly [15]). Il montre également que dans cette couche limite, on peut négliger un grand nombre de termes dans les équations de Navier Stokes, ce qui mène au système d'équations dit de la couche limite.

3.2 Les équations dans le cas de la plaque plane

En se plaçant dans le cas d'une couche limite incompressible, avec un écoulement bidimensionnel et stationnaire sur une plaque plane, on obtient l'exemple de la couche limite la plus simple. On va donc se placer dans cette configuration afin d'évaluer ensuite l'impact de l'acoustique. Les équations de Navier Stokes

deviennent, sous ces hypothèses :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3.3)$$

Blasius a proposé une solution de similitude pour le cas où la vitesse de l'écoulement est constante en champ lointain. On a donc $\frac{\partial u_\infty}{\partial x} = 0$ et donc $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ en différenciant l'équation de Bernoulli. On obtient alors les équations suivantes :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.4)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.5)$$

On introduit la variable de similitude $\eta = \frac{y}{\delta(x)} = y \sqrt{\frac{u_\infty}{2\nu x}}$, où $\delta(x)$ est l'épaisseur de la couche limite au point x telle que $\frac{u(\delta(x))}{u_\infty} = 0.99$. On définit également la fonction de courant normalisée $f(\eta)$ telle que $f'(\eta) = \frac{u}{u_\infty}$ et $f = \frac{\Psi}{\sqrt{\nu x u_\infty}}$ avec Ψ la fonction de courant : $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$, $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$.

Quelques étapes supplémentaires permettent d'obtenir l'équation de Blasius :

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0 \quad (3.6)$$

avec $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$, $f'(\infty) = 1$.

Cette équation est une équation différentielle non linéaire, et n'a pas de solution analytique simple. En effet, Blasius [16] a trouvé la solution analytique suivante pour le problème :

$$f(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^k \frac{A_k \sigma^{k+1}}{(3k+2)!} \eta^{3k+2} \quad (3.7)$$

avec $A_0 = A_1 = 1$ et $A_k = \sum_{r=0}^{k-1} \binom{3k-1}{3r} A_r A_{k-r-1}$, $k \geq 2$. Cette expression de f ne convergeant pas en dehors d'un interval fermé, elle est difficile à exploiter. Ahmad et Al-Barakati [17] ont ensuite déterminé une solution analytique approchée de l'équation de Blasius, plus facilement exploitable, mais la meilleure solution consiste à résoudre directement l'équation de Blasius à chaque noeud du maillage et d'y imposer la grandeur considérée (vitesse et température). Pour définir ces profils, il suffit de déterminer f . En effet :

— profil U : $u = u_\infty f'$

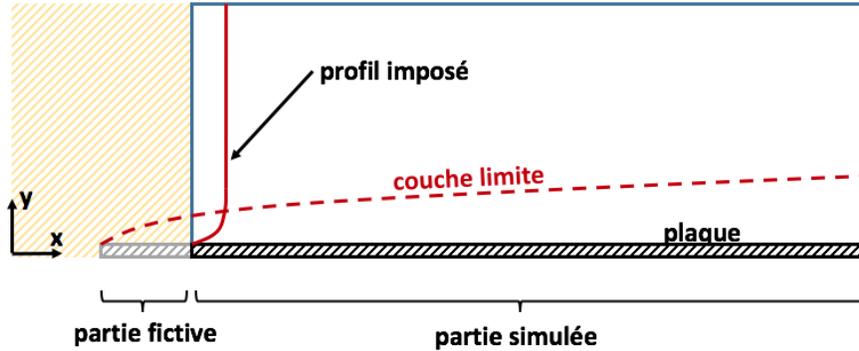


FIGURE 3.1 – Schéma de la plaque avec profil initial en entrée.

	maillage 1	maillage 1	maillage 3	maillage 4
nombre de mailles	22 000	67 000	188 000	500 000
nombre de mailles dans la couche limite	20	27	56	56

TABLE 3.1 – Maillages utilisés dans cette étude et nombre de mailles dans la couche limite en milieu de domaine.

— profil V : $v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u_\infty \nu}{x}} (\eta f' - f)$

— profil de température [18] : $\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{\int_0^\eta [f''(\eta)]^{Pr} d\eta}{\int_0^\infty [f''(\eta)]^{Pr} d\eta}$

Nous avons donc résolu à l'aide d'une méthode de tir l'équation de Blasius, et imposé en entrée du domaine la solution de Blasius.

3.3 Couche limite dynamique

3.3.1 Mise en place du cas

Nous avons tout d'abord simulé le cas 2D d'une plaque adiabatique simple de longueur 0.5 m en imposant en entrée la solution du profil de Blasius correspondant à un abscisse $x_0 = 0.3$ m et une vitesse d'écoulement $U_\infty = 1 \text{ m.s}^{-1}$ (Fig. 3.1). Nous avons utilisé plusieurs maillages afin de conduire une étude de convergence en maillage dans un premier temps (Tab. 3.1). Le maillage 3 à 188000 mailles a permis de mailler plus finement la couche limite en aval essentiellement, et le dernier maillage étend à tout le domaine ce raffinement. On retrouve en annexe les schémas des maillages (Fig. A).

Les conditions d'entrée et de sortie utilisées sont les conditions caractéristiques NSCBC établies par Poinot et Lele [12]. Nous avons également analysé l'effet du schéma numérique en utilisant les schémas LW et TTG4A. Le sec-

ond schéma n'apporte pas d'améliorations significatives dans cette étude car les maillages sont suffisamment fins. Les résultats présentés sont issus de calculs avec le schéma LW.

Plusieurs tests ont été effectués sur les conditions aux limites, notamment sur le haut du domaine avec des conditions de symétrie, ou de paroi glissante, et en sortie avec des conditions de type relax. Il a été finalement retenu pour ces deux limites d'utiliser la condition donnant les meilleurs résultats : la condition de type entrée-sortie (*freestream*) sur laquelle on impose les profils de vitesse et de température.

3.3.2 Résultats

Une fois les calculs convergés, on peut voir figure 3.2 que les profils de vitesse longitudinale se superposent très bien à la solution théorique, même pour des abscisses proches de la sortie du domaine où on pourrait s'attendre à avoir des effets dûs au traitement de la condition limite de sortie, comme nous allons le voir pour la vitesse transverse. On résout ici entièrement la couche limite, et on doit donc s'assurer que le maillage est assez fin pour bien capter cette dernière. On obtient un $y^+ < 1$ ce qui nous assure d'avoir une première maille en proche paroi assez petite pour capter correctement la couche limite.

Sur la figure 3.3 sont superposés des profils adimensionnés de vitesse longitudinale à iso-abscisse pour chaque maillage. On remarque que les profils sont identiques en entrée, et on obtient de très bons résultats proche de la sortie pour tous les maillages, et notamment une bonne prédiction du gradient à la paroi qui sera important pour estimer le tau de frottement à la paroi $\tau = (\frac{\partial u}{\partial y})_{y=0}$.

En ce qui concerne les profils de vitesse transverse, on voit sur la figure 3.4 que les maillages 1 et 2 sont très affectés par les oscillations point-à-point (*wiggles* en anglais), alors que ce n'était pas le cas pour le champ de vitesse u . En effet, entre les deux champs de vitesse u et v , il y a deux ordres de grandeurs, ce qui nécessite d'avoir des mailles beaucoup plus petites si on veut prédire correctement v . On voit ainsi que pour le maillage 3, on a une estimation plus correcte de v , et que sur le dernier maillage, les erreurs numériques ont diminué fortement.

On remarque également que plus on s'approche de la sortie, plus les profils de vitesse transverse s'éloignent de la solution analytique. En effet, la sortie présente à la limite de la couche limite une survitesse sur le champ de vitesse v (Fig. 3.5). Nous avons fait différents tests sur la sortie (condition NSCBC classique avec relaxation sur la pression, condition entrée-sortie de type *freestream* avec différents coefficients), et aucune condition n'a permis d'obtenir le profil théorique en sortie.

On a donc réussi à retrouver le profil de Blasius, avec notamment de très bons résultats sur la vitesse u , et de bons résultats sur v loin de la sortie. On a conservé pour la suite de l'étude le maillage 3, qui fournissait des résultats

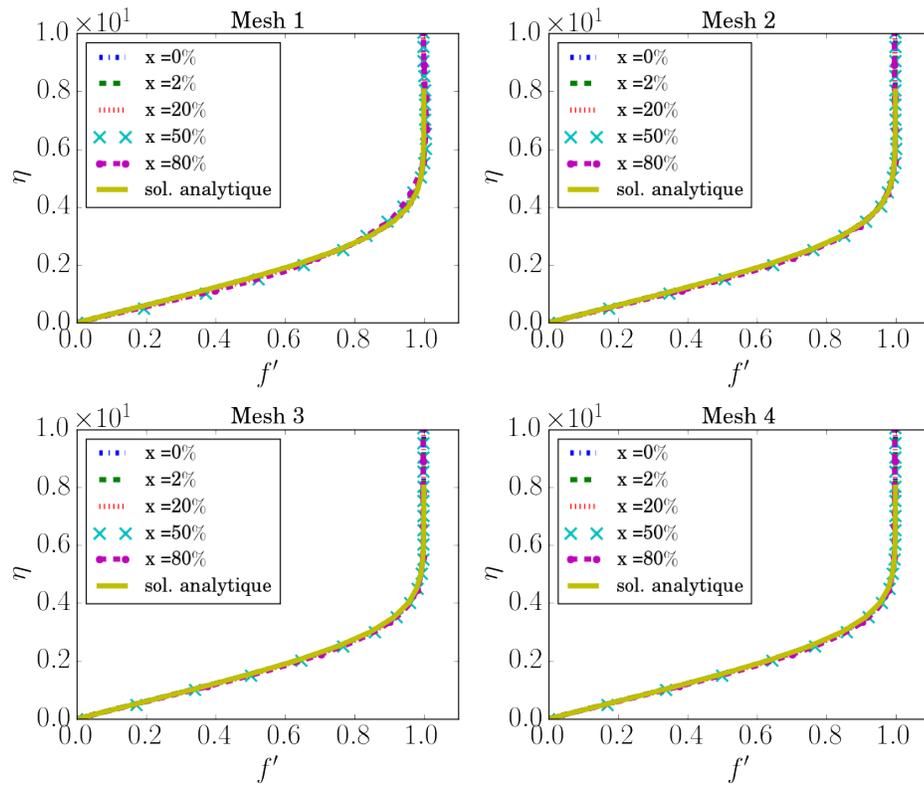


FIGURE 3.2 – Profils autosimilaires de vitesse longitudinale sur chaque maillage à différents abscisses.

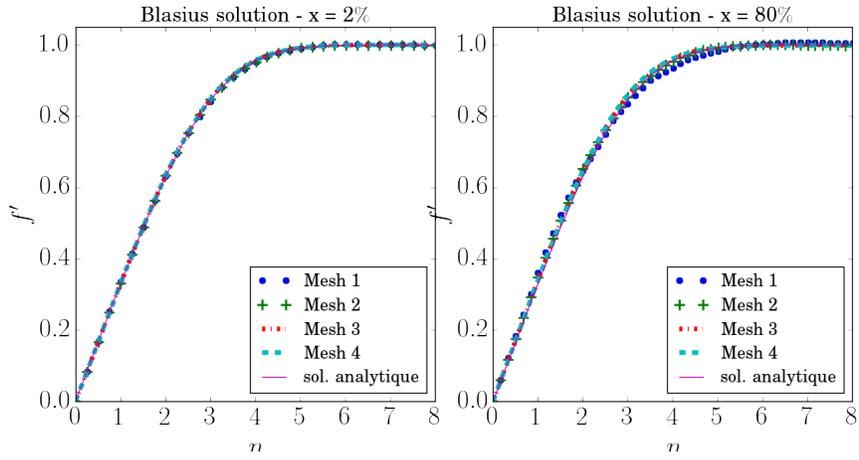


FIGURE 3.3 – Superposition des profils autosimilaires de vitesse longitudinale à iso-abscisse (2 et 80%).

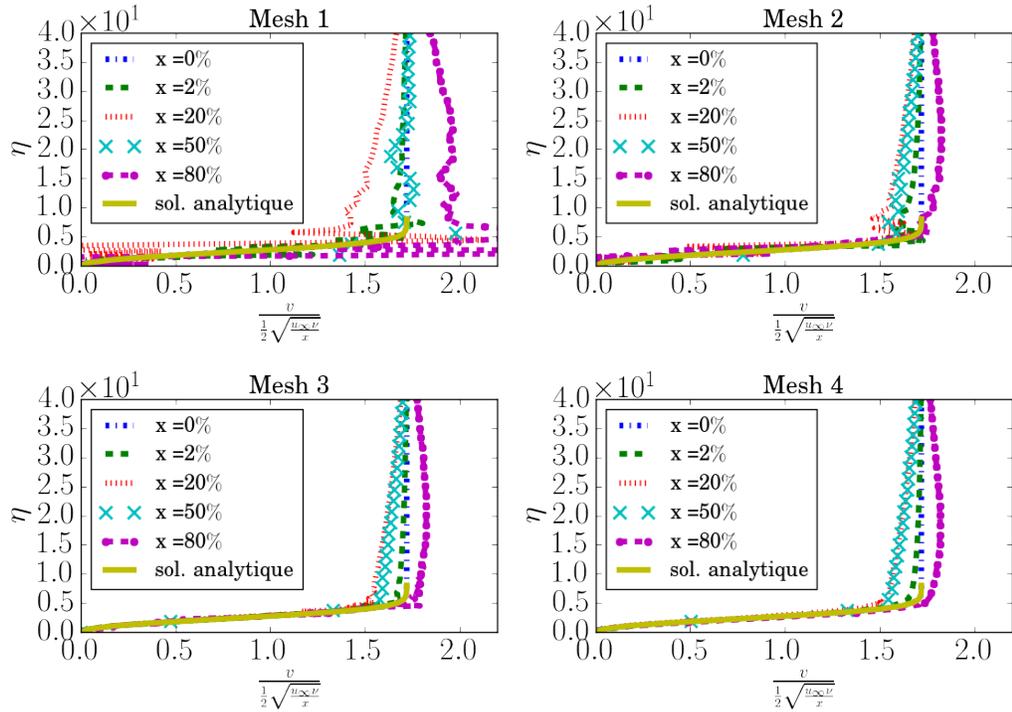


FIGURE 3.4 – Profils autosimilaires de vitesse transverse sur chaque maillage à différentes abscisses.

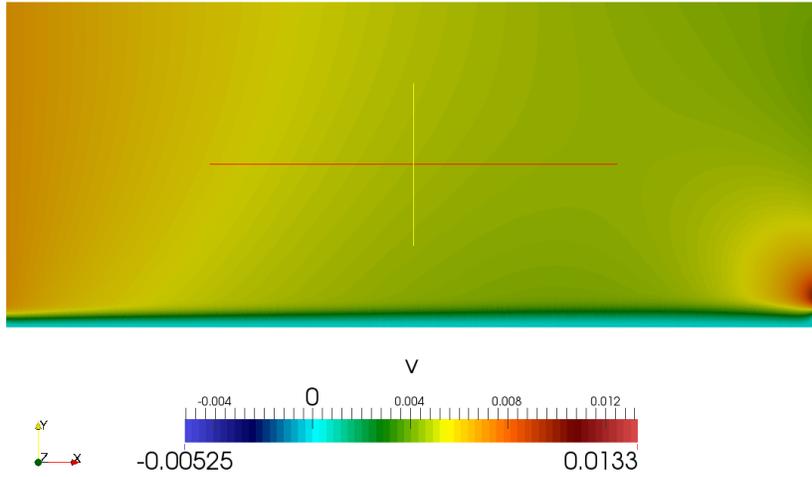


FIGURE 3.5 – Champ de vitesse transverse en sortie de domaine.

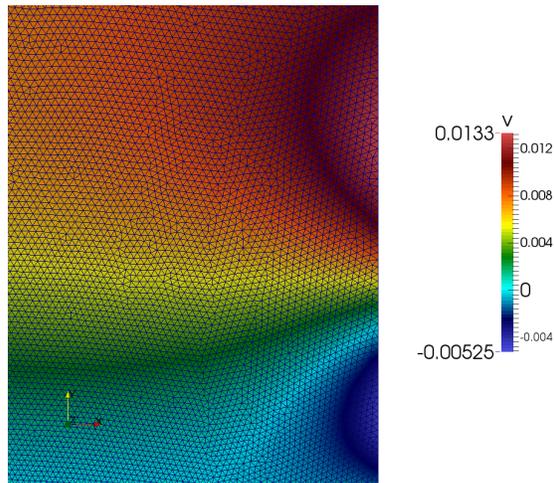


FIGURE 3.6 – Champ de vitesse transverse en sortie de domaine (zoom).

corrects tout en conservant un nombre raisonnable de mailles, et la condition de sortie de type *freestream*.

3.4 Couche limite thermique

3.4.1 Mise en place

On a mis en place ici une simulation identique à la précédente, mais avec une plaque chauffée (à 305 K puis 350 K), tandis que l'écoulement à l'infini est à 300 K. La condition imposée à la paroi est dite non-glissante avec flux de chaleur. On retrouve ainsi les profils de vitesse longitudinale et transverse (Fig. 3.7 et 3.8), et les profils de température (Fig. 3.9) à différents abscisses.

3.4.2 Résultats

On retrouve de bons résultats sur tous les champs, excepté pour la vitesse transverse à nouveau. En effet, pour le cas à 305 K, le profil de vitesse proche de la sortie s'éloigne de la solution. Pour le cas à 350 K, dès l'abscisse à 2% du domaine, on voit apparaître une survitesse. Plus en aval, on s'éloigne davantage de la solution (écart relatif de 10% à la moitié du domaine). De plus, lorsqu'on s'éloigne de la plaque, la vitesse ne tend pas vers la vitesse théorique de l'écoulement, contrairement au cas à 305 K, où on retrouve pour $\eta > 50$ la bonne vitesse de l'écoulement. Enfin, on retrouve des résultats satisfaisants pour les profils de température sur tout le domaine, et pour les deux cas thermiques.

Pour le cas à 305 K, on retrouve donc les mêmes erreurs sur le champ v que pour le cas adiabatique, et pour le cas à 350 K, on s'écarte davantage de la solution.

3.5 Couche limite pulsée

3.5.1 Mise en place

Cette fois ci on pulse les couches limites dans les cas adiabatique et thermique. Le cas adiabatique a été pulsé pour deux intensités différentes (fluctuations de vitesse de 0.05 m/s et 0.1 m/s, vitesse d'écoulement $U_\infty = 1$ m/s inchangée), et les plaques chauffée (305 et 350 K) ont été pulsés avec un amplitude de vitesse de 0.05 m/s. On peut ainsi analyser l'influence de l'acoustique et de la thermique notamment sur le flux d'énergie à la paroi et sur le taux de cisaillement à la paroi, qui est un paramètre jouant sur la transformation de l'acoustique en chaleur.

3.5.2 Résultats

On trouve un premier résultat sur l'effet de l'amplitude de la fluctuation acoustique sur le frottement à la paroi. Ainsi, une perturbation acoustique en-

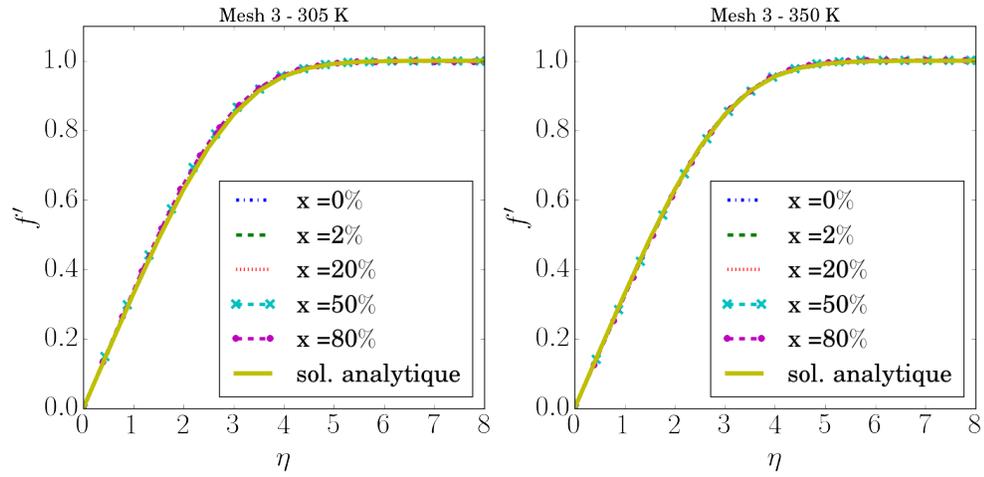


FIGURE 3.7 – Profils autosimilaires de vitesse longitudinale à différents abscisses pour les cas thermiques (305 et 350 K).

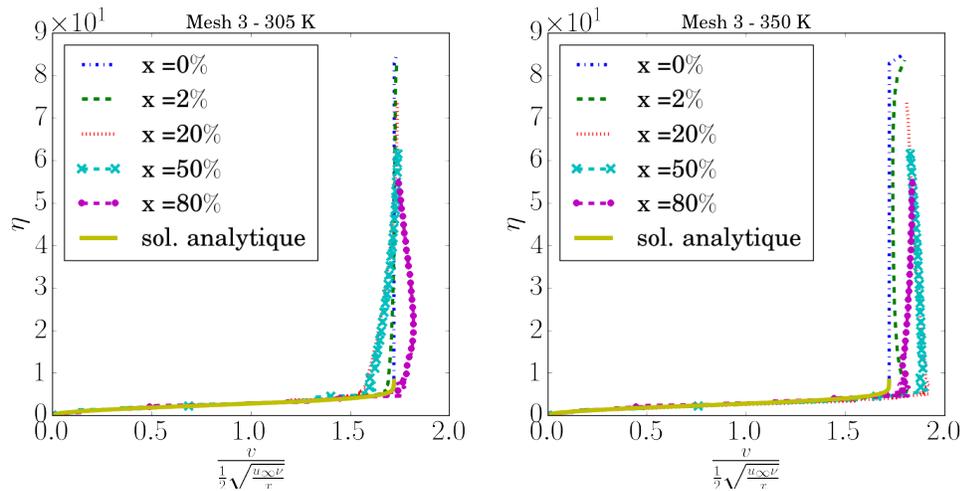


FIGURE 3.8 – Profils autosimilaires de vitesse transverse sur les cas thermiques à différents abscisses.

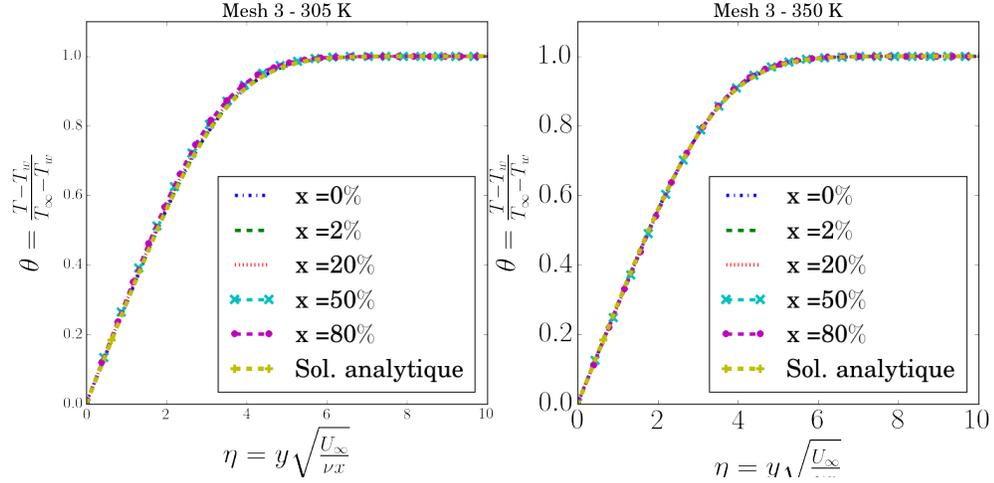


FIGURE 3.9 – Profils autosimilaires de température longitudinale à différents abscisses pour les cas thermiques (305 et 350 K).

traîne une augmentation du taux de cisaillement à la paroi, et ce dernier varie de pair avec l'intensité de l'onde (Fig. 3.10). En effet, une couche limite pulsée avec une plus grande intensité voit son épaisseur diminuer. Le profil de vitesse u est donc plus étiré, et la pente à l'origine plus faible ($(\frac{\partial u}{\partial y})_{y=0}$), d'où un tau de frottement plus petit puisque $\tau = \mu(\frac{\partial u}{\partial y})_{y=0}$. Enfin, le profil présente une oscillation, dont on ne connaît pas encore l'origine.

Ensuite, la température augmente également le frottement à la paroi. En effet, d'après la loi de Sutherland, la viscosité augmente avec la température, et donc le frottement à la paroi $\tau = \mu(\frac{\partial u}{\partial y})_{y=0}$ aussi. De même, le transfert de chaleur augmente avec la température (Fig. 3.11), résultat connu avec la loi de Newton : $\phi = hS(T_s - T_\infty)$ avec h le coefficient de transfert thermique, T_s la température de la paroi, et S sa surface. On remarque également que le taux de cisaillement diminue le long de la paroi. En effet, la couche limite s'épaissit, et en reprenant le raisonnement inverse du paragraphe précédent, le tau de frottement diminue.

On s'intéresse désormais à l'effet de l'acoustique sur le transfert de chaleur (Fig. 3.13). L'acoustique ne semble pas avoir d'impact notable sur le transfert de chaleur à la paroi ; on obtient les mêmes échanges thermiques pour un cas pulsé ou non.

Cette étude nous a permis d'obtenir des résultats sur l'effet de l'acoustique sur la thermique. On retiendra que les frottements à la paroi augmentent avec l'intensité acoustique, mais aussi avec la température de la paroi. En revanche, les échanges thermiques à la paroi ne dépendent pas du champ acoustique dans lequel baigne le dispositif. Ensuite, il y a un gros avantage à pouvoir introduire

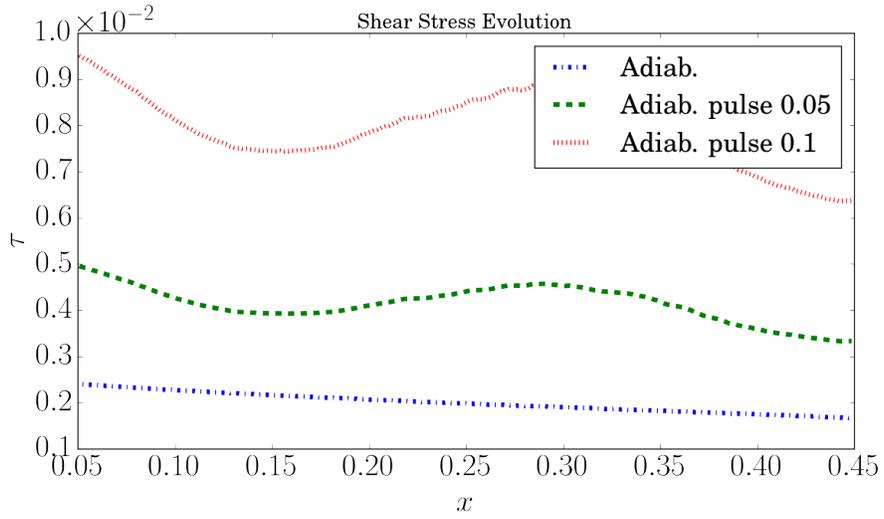


FIGURE 3.10 – Effet de l'intensité acoustique sur le taux de cisaillement (τ en $Kg.m^{-1}.s^{-2}$ et x en m).

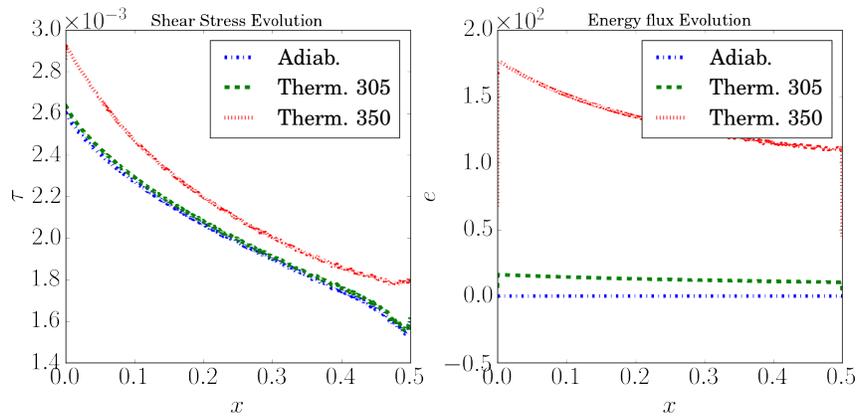


FIGURE 3.11 – Effet de la température (τ en $Kg.m^{-1}.s^{-2}$ et x en m).

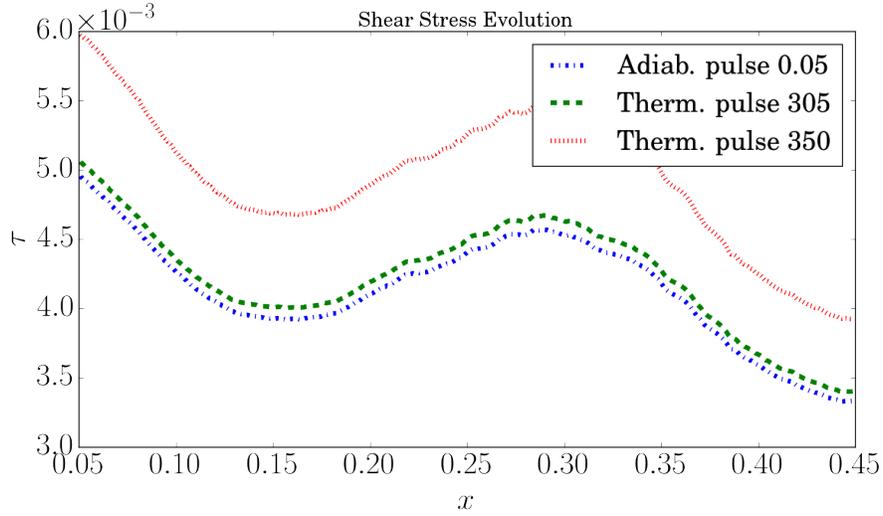


FIGURE 3.12 – Effet de l’acoustique sur le taux de cisaillement avec plaque chauffée (τ en $\text{Kg.m}^{-1}.s^{-2}$ et x en m).

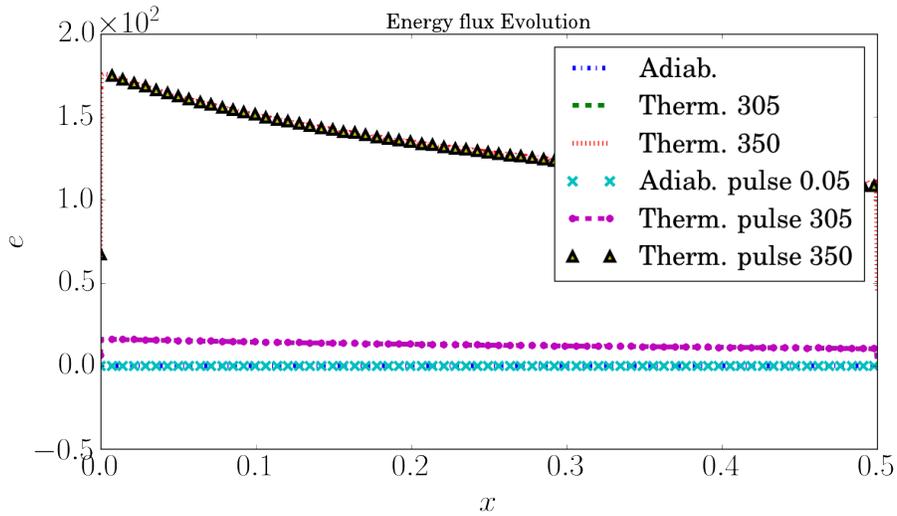


FIGURE 3.13 – Effet de l’acoustique sur le transfert de chaleur avec plaque chauffée (e en W et x en m).

un profil de Blasius en entrée. En effet, simuler le bord d'attaque d'une plaque plane est très coûteux. Cette zone présente un point d'arrêt où la vitesse de l'écoulement et l'épaisseur de couche limite sont nulles. Pour capter correctement le développement de la couche limite, il faut avoir des mailles très petites en proche paroi, et donc un pas de temps faible également, ce qui augmente considérablement les temps de calculs. Connaissant la solution de l'équation de Blasius, on a construit une condition aux limites qui introduit directement cette solution, en réduisant ainsi considérablement les coûts de calculs.

La méthode mise en place dans cette étude a également permis pour les prochaines simulations d'établir les mêmes conditions pour la couche limite que le cas auquel nous nous sommes référés. Nous allons donc nous intéresser dans le chapitre suivant à la simulation de cavités (de type résonateur quart d'onde), principal constituant des revêtements acoustiques.

Chapitre 4

Simulations sur les cavités

Ce chapitre présente les simulations d'un écoulement sur une cavité. Dans un premier temps, nous décrivons la configuration tirée d'une référence afin de calibrer notre méthode dans la détermination d'impédance. Ensuite, nous détaillons les choix physiques et numériques pour nos simulations. Les résultats sont présentés dans la dernière section, avec en premier lieu le cas d'une cavité adiabatique soumise à différents écoulements, et ensuite le cas d'une cavité chauffée soumise aux mêmes écoulements.

4.1 Description de la configuration

Zhang et Bodony [19] ont effectué des simulations numériques 2D sur une cavité dans un écoulement à basse et haute vitesse. Nous nous sommes basés sur leurs résultats pour essayer de retrouver l'impédance d'une cavité soumise à un écoulement rasant pulsé, présentant une couche limite d'épaisseur 30 mm. Les calculs ont été réalisés sur une cavité de profondeur 0.15 m, de largeur 0.035 m, et une couche résistive de 0.001 m. La fréquence de résonance de la cavité est donc, à 300 K, de 580 Hz. Différentes configurations d'écoulement ont été étudiées, en faisant varier trois paramètres : l'intensité sonore de l'onde incidente, sa fréquence, et le nombre de Mach de l'écoulement (Tab. 4.1). On représente sur la figure 4.1 le schéma représentatif de la configuration.

No	SPL (dB)	fréquence (Hz)	Nb. de Mach
1	130	500	0
2	130	500	0.15
3	150	500	0.15
4	130	1000	0.15
5	150	1000	0.15

TABLE 4.1 – Configurations des cas simulés.

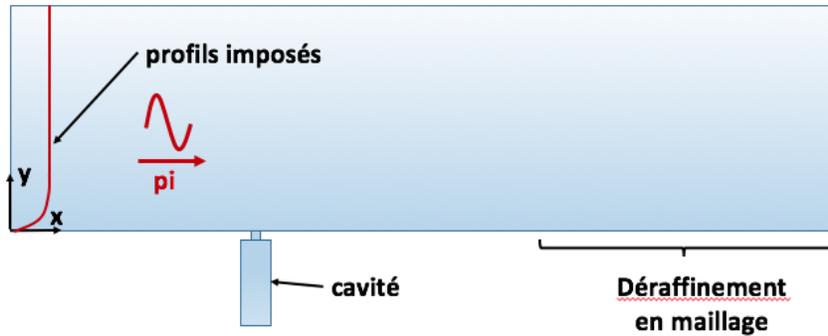


FIGURE 4.1 – Schéma de la configuration des calculs.

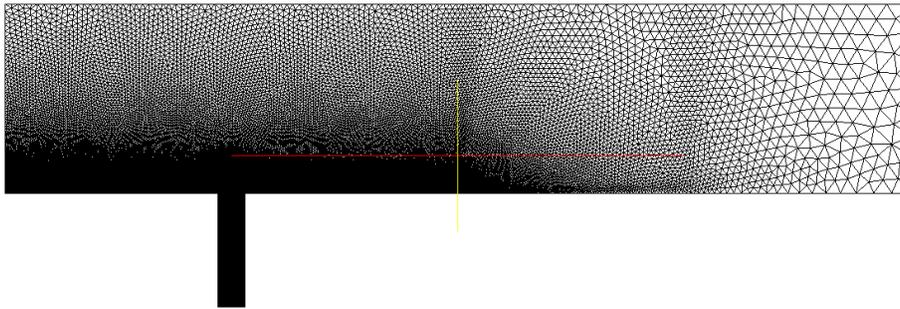


FIGURE 4.2 – Maillage du domaine à 473 000 mailles avec déraffinement en maillage.

4.2 Choix physiques et numériques

Le domaine a été allongé afin d'utiliser un déraffinement en maillage. L'intérêt que représente celui-ci est de dissiper numériquement l'acoustique vers la sortie du domaine afin de minimiser les réflexions. Le maillage (Fig. 4.2 et 4.3) utilisé est composé de 473 000 mailles triangulaires, et permet d'obtenir 83 mailles dans la couche limite en entrée. La plus petite maille mesure 4.10^{-5} m, et le y^+ est de l'ordre de 1 à la paroi.

Concernant le schéma numérique, nous avons utilisé le schéma Lax Wendroff. Bien que ce schéma soit plus dissipatif que les schémas TTGC et TTG4A, le maillage est assez fin pour négliger cet effet. La condition de sortie utilisée est une condition de relaxation sur la pression, avec un coefficient de 10. La paroi est non-glissante et adiabatique dans un premier temps, puis non-glissante avec transfert de chaleur pour le cas de la paroi chauffée.

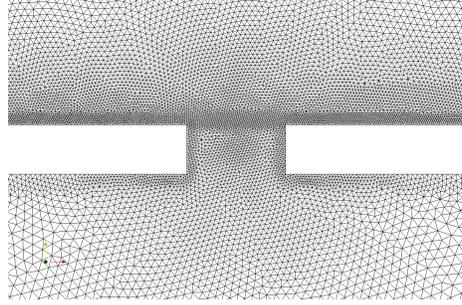


FIGURE 4.3 – Maillage autour du col (épaisseur : 1 mm).

4.3 Résultats

4.3.1 Champs instantanés

Hydrodynamique de l'écoulement

Il est intéressant de remarquer (Fig. 4.5) les lâchers tourbillonnaires qui apparaissent au niveau du col alors même que l'écoulement n'est pas pulsé. Il faut les distinguer des lâchers tourbillonnaires dûs à la résonance de la cavité. Ces tourbillons sont engendrés par un phénomène de rétroaction et génèrent du bruit propre à la cavité (appelé *self-noise*) et une traînée supplémentaire. Tam et al. [3] expliquent ce mécanisme qui intervient au niveau du col du résonateur. La couche de cisaillement qui apparaît au niveau de celui-ci est instable (instabilité de Kelvin-Helmholtz) et entraîne l'apparition de tourbillons qui, lorsqu'ils rencontrent l'arrête opposée du résonateur, créent une onde acoustique. Celle-ci remonte entre autre l'écoulement jusqu'à l'arrête située en amont, déstabilise d'avantage la couche de cisaillement et favorise l'apparition de tourbillons.

Afin d'avoir un aperçu de l'écoulement et des effets de l'intensité acoustique et de la fréquence de l'onde incidente, on a représenté sur la figure 4.4 les champs de gradient de densité pour chaque simulation dans le cas adiabatique.

On remarque l'effet de l'intensité sonore ; pour les cas à 150 dB, les gradients de densité sont plus intenses. Les simulations dont la fréquence de l'onde incidente est proche de la fréquence de résonance de la cavité sont laissent apparaître d'avantage de structures tourbillonnaires, notamment dans le cas à 150 dB.

On note que les tourbillons se propagent vers l'aval le long de la paroi du fait de la convection de l'écoulement. Dans une configuration réelle, les résonateurs sont disposés côte-à-côte et forment un réseau. Ainsi, Tam, Ju et Walker [11] ont remarqué que certains tourbillons s'assemblent pour former de plus gros tourbillons qui subsistent, et viennent perturber les autres résonateurs.

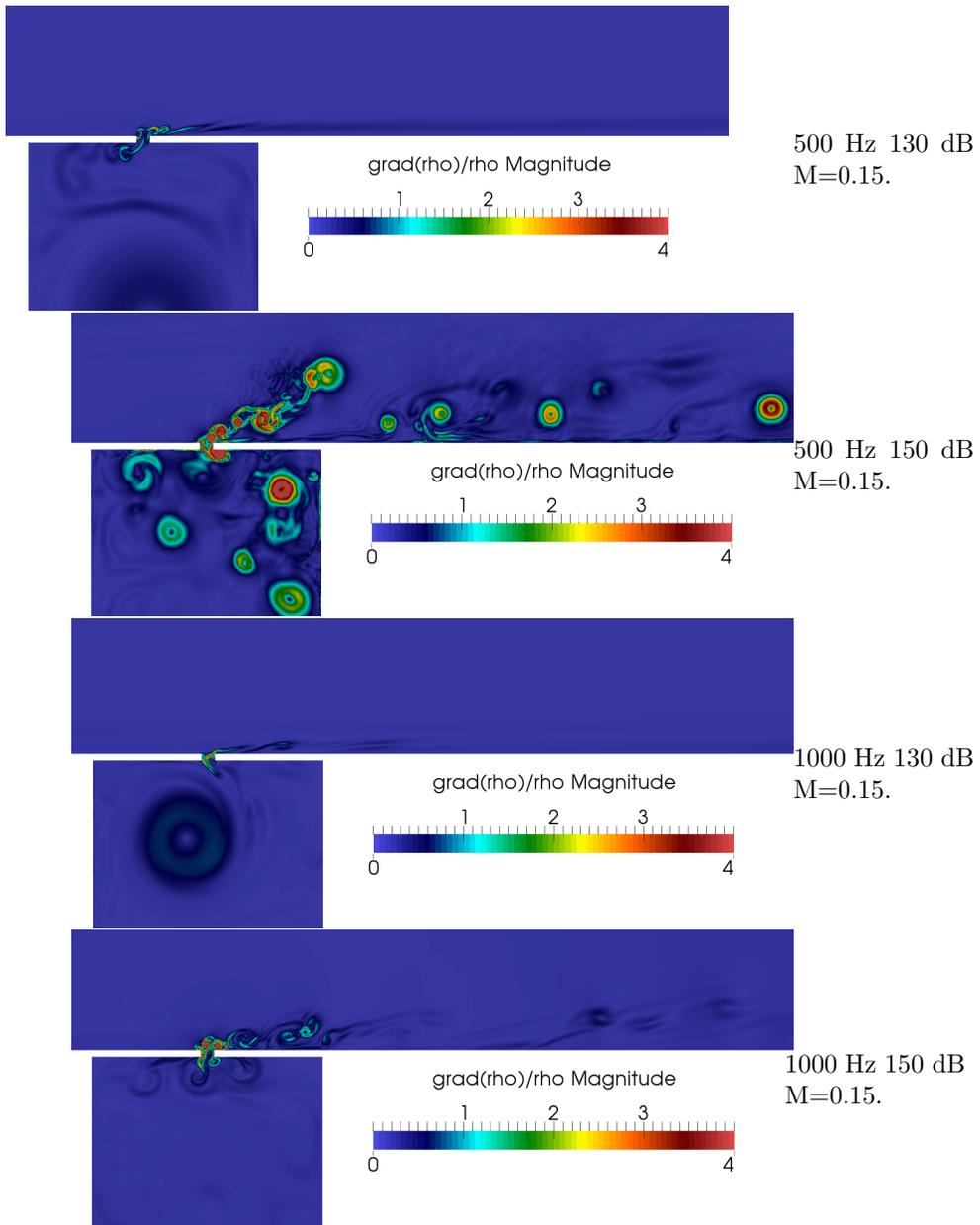


FIGURE 4.4 – Champs de gradient de densité pour chaque cas.

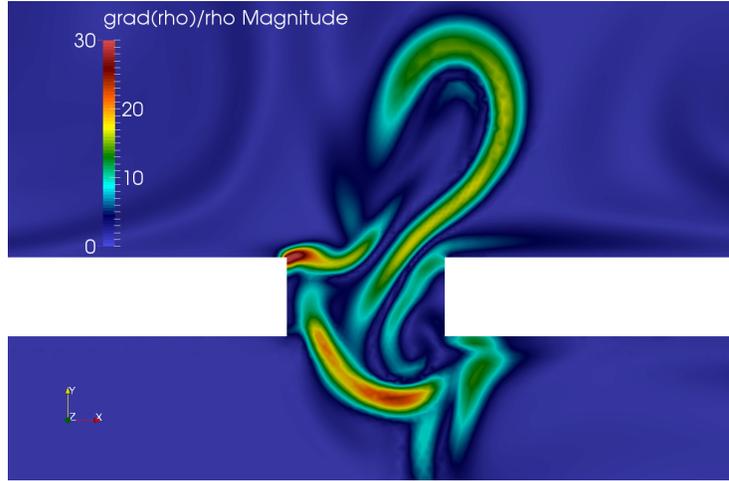


FIGURE 4.5 – Présence de tourbillons sans pulsation - champ de $\text{grad}(\rho)/\rho$ au niveau du col - $M=0.15$.

Effet de la taille de la couche limite

En imposant une couche limite d'épaisseur différente, on n'obtient des phénomènes très différents au niveau du col et le long de la paroi en aval. En effet, nous avons simulé une couche limite d'épaisseur 30 mm, correspondant à celle du cas de référence, et le cas d'une couche limite d'épaisseur 6 mm. Nous avons ensuite comparé Fig. 4.7 les gradients de densité au niveau du col d'épaisseur 1 mm. On notera notamment que les tourbillons sont confinés dans la couche limite pour les deux cas, et donc plus proche de la paroi dans le cas de la couche de 6 mm. Ils semblent également plus intenses, et se dissipent moins rapidement,

4.3.2 Champs moyens

Nous nous intéressons désormais aux grandeurs moyennes de l'écoulement.

Dissipation de l'énergie cinétique

Pour étudier l'efficacité d'absorption de la cavité, il peut être intéressant d'analyser la dissipation de l'énergie cinétique. En partant de l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (4.1)$$

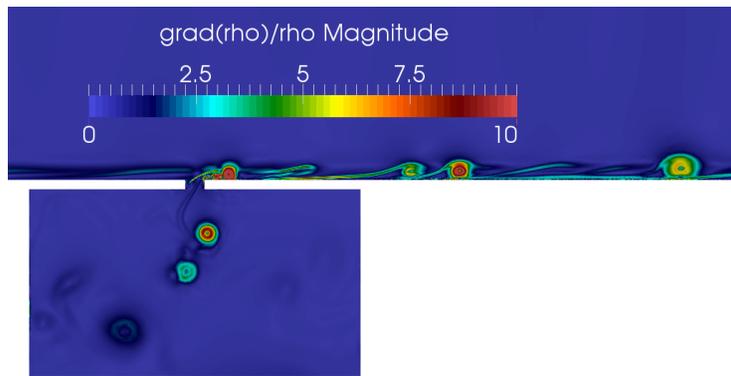


FIGURE 4.6 – Effet du profil sur le champ de gradient de densité au niveau du col - couche limite de 6 mm, $f=1000$ Hz, SPL=150 dB.

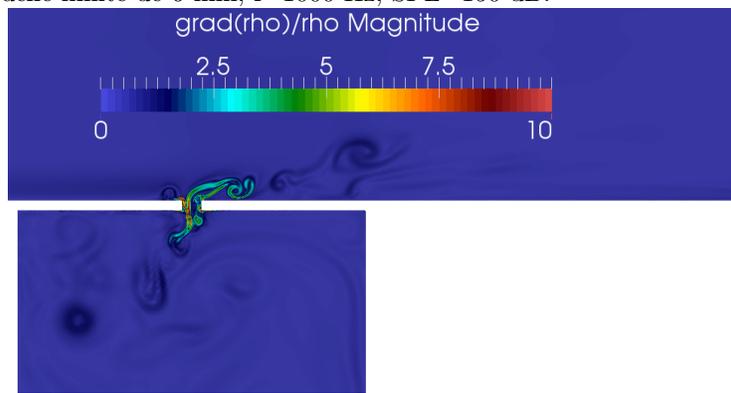


FIGURE 4.7 – Effet du profil sur le champ de gradient de densité au niveau du col - couche limite de 30 mm, $f=1000$ Hz, SPL=150 dB.

que l'on multiplie par u_i et qu'on réarrange certains termes, on obtient l'équation de conservation de l'énergie cinétique :

$$\underbrace{\frac{\partial \frac{1}{2} \rho u_i^2}{\partial t}}_1 + \underbrace{\frac{\partial \frac{1}{2} \rho u_i^2 u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p u_i}{\partial x_j} \delta_{ij}}_2 - \underbrace{p \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta_{ij}}_3 - \underbrace{\frac{\partial \tau_{ij} u_i}{\partial x_j}}_4 + \underbrace{\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_5 = 0 \quad (4.2)$$

(1) variation temporelle d'énergie cinétique, (2) flux d'énergie mécanique, (3) terme de pression, (4) terme de diffusion, (5) terme de dissipation.

Le terme de dissipation représente un puits d'énergie cinétique ; il correspond à la transformation de l'énergie cinétique en chaleur par frottements visqueux. On peut l'écrire sous la forme :

$$\phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \tau_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.3)$$

avec $\tau_{ij} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ le tenseur de contrainte. On peut noter que la dissipation est forte en présence de grands gradients de vitesse où lorsque la viscosité est élevée.

On a représenté Fig. 4.12 les champs de la moyenne temporelle de ϕ autour du col pour différentes configurations d'écoulement. On notera notamment que le champ pour le cas à 500 Hz et 150 dB est largement plus intense que pour les autres cas.

On retrouve ainsi Fig. 4.13 l'évolution spatiale de ϕ à 1 mm au dessus du col pour les configurations étudiées. On a choisi de se placer proche du col puisque c'est là qu'apparaissent les tourbillons, dissipateurs d'énergie.

On remarque notamment qu'à iso-intensité sonore, l'énergie cinétique est davantage dissipée pour des fréquences proches de la fréquence de résonance de la cavité (500 Hz) que pour 1000 Hz. On note également que lorsque l'intensité acoustique est plus élevée, ϕ est beaucoup plus intense, conformément aux études menées par Ingard et Melling[7].

Débit à travers le col

Tout comme l'épaisseur de couche limite, le débit à travers le col est un paramètre déterminant qu'il faut s'assurer de capter correctement avant d'analyser l'acoustique. Nous nous sommes appuyés sur cette variables afin de nous comparer aux simulations effectuées par Zhang et Bodony (Fig. 4.14, cas à 1000 Hz et 150 dB). On remarque que l'amplitude du débit du cas de référence est supérieur à celui de notre simulation. On retrouve ce résultat Fig. 4.15 où est représenté le spectre du débit massique. Il y a un écart relatif très important (40%) entre notre cas et celui de la référence. Le débit n'étant pas le même, l'acoustique sera également différente, ce qui explique en partie pourquoi nous n'obtenons pas les mêmes résultats sur l'impédance comme nous allons le voir. Cet écart provient peut être d'une différence dans la forme du profil en entrée ; nous avons la bonne épaisseur de couche limite, mais pas forcément le même profil.

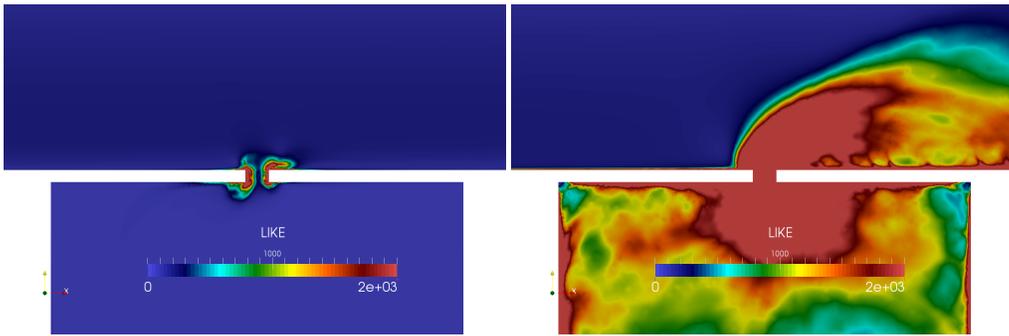


FIGURE 4.8 – 500 Hz 130 dB.

FIGURE 4.9 – 500 Hz 150 dB.

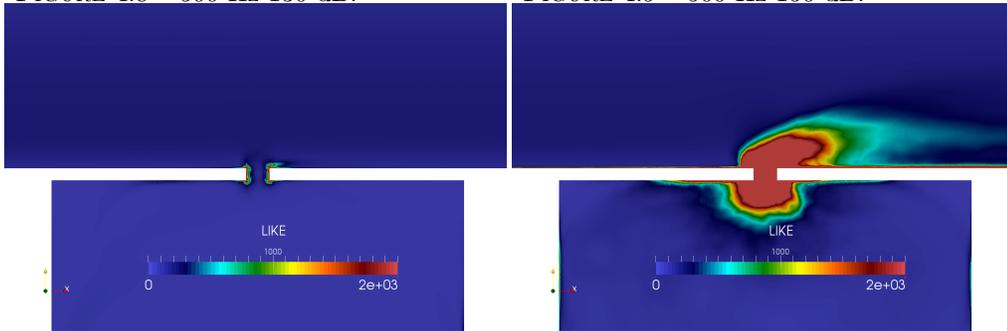


FIGURE 4.10 – 1000 Hz 130 dB.

FIGURE 4.11 – 1000 Hz 150 dB.

FIGURE 4.12 – Champs ϕ moyens.

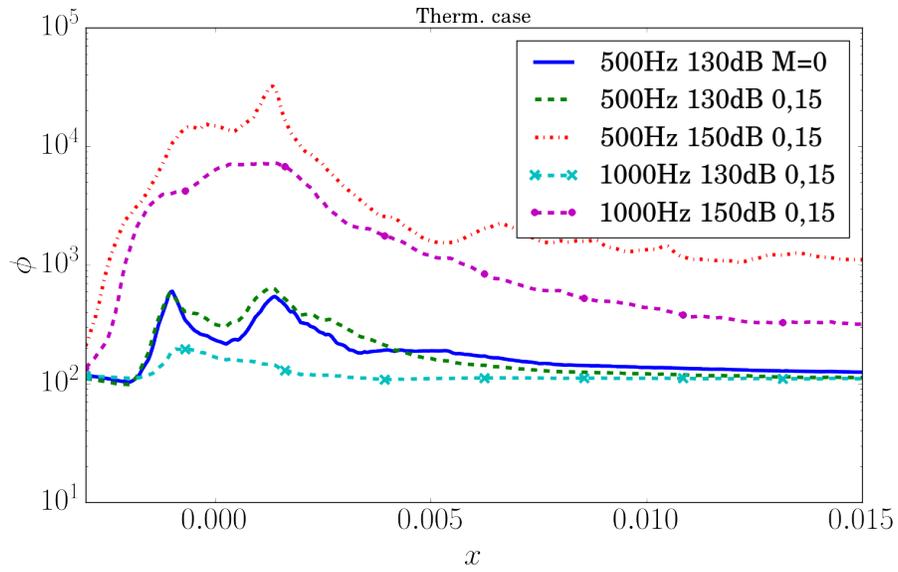


FIGURE 4.13 – Evolution de la variable ϕ à 1 mm au dessus du col pour 5 configurations étudiées (col centré en 0).

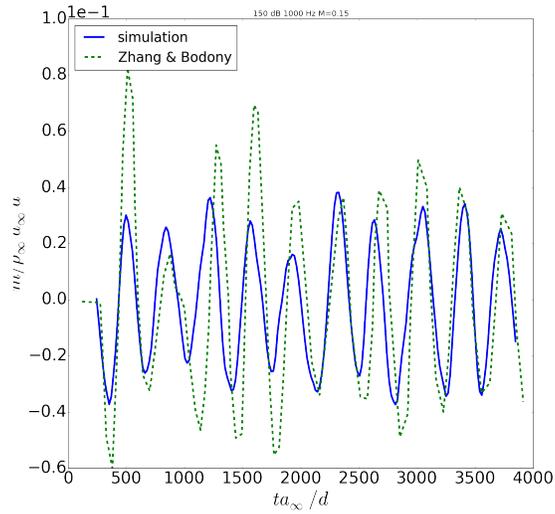


FIGURE 4.14 – Débit massique à travers le col.

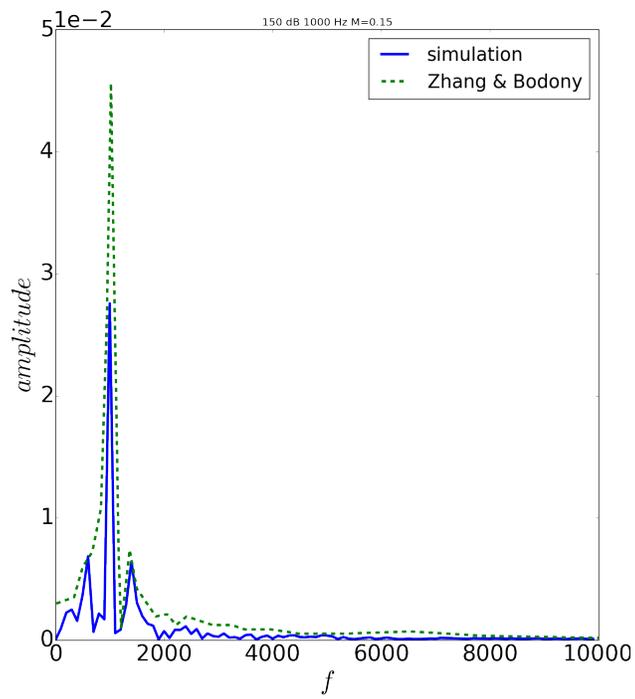


FIGURE 4.15 – Spectre du débit massique.

fréquence	nombre de Mach	intensité sonore	résultat	référence[19]
500Hz	0	130dB	-0.08	-
	0.15	130dB	-0.09	0.46
	0.15	150dB	0.84	6.29
1000Hz	0.15	130dB	-0.83	-
	0.15	150dB	-0.6	2.29

TABLE 4.2 – Résistance.

fréquence	nombre de Mach	intensité sonore	résultat	référence[19]
500Hz	0	130dB	-0.58	-
	0.15	130dB	-0.59	-2.86
	0.15	150dB	-0.38	-4.57
1000Hz	0.15	130dB	-3.77	-
	0.15	150dB	-3.72	-11.4

TABLE 4.3 – Réactance.

Méthode de Dean

Nous avons mis en place la méthode de Dean (section 1.3.4) afin de déterminer l'impédance du liner pour chaque configuration, mais les résultats sont très éloignés des références. On retrouve ainsi Tab. 4.2 et Tab. 4.3 la résistance et la réactance correspondant à chaque simulation.

Effet de la température

La série de simulation suivante diffère de la précédente seulement par la présence d'une paroi chauffée à 320 K. Une petite étude permet d'anticiper des changements au niveau de l'acoustique dans la cavité.

En effet, un résonateur type quart d'onde est plus efficace à sa fréquence de résonance, c'est-à-dire à $f_{rés} = \frac{c_0}{\lambda}$. Or, comme son nom l'indique, on a la longueur d'onde telle que $\lambda = 4l$ où l est la profondeur de la cavité. On a donc

$$f_{rés} = \frac{c_0}{4l} \quad (4.4)$$

La vitesse de propagation du son dans l'air (considéré comme un gaz parfait) dépend de la température :

$$c_0 = \sqrt{\gamma RT} \quad (4.5)$$

où γ est le rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant, R est la constante spécifique de l'air et T la température du milieu. En chauffant la cavité de ΔT , on modifie ainsi la vitesse de propagation du son, et donc la fréquence de résonance :

$$f'_{rés} = \frac{\sqrt{\gamma R(T+\Delta T)}}{4l} \quad (4.6)$$

Pour une cavité de profondeur $0.15m$, avec $T = 300k$ et une cavité chauffée à $320K$, on obtient :

$$f_{rés} = \frac{\sqrt{\gamma RT}}{4l} = 579Hz \quad (4.7)$$

$$f'_{rés} = \frac{\sqrt{\gamma R(T+\Delta T)}}{4l} = 598Hz \quad (4.8)$$

Soit un écart de $19Hz$ par rapport à la fréquence de résonance. Il faut noter qu'en pratique, l'entrée de la nacelle est soumise à de faibles températures en altitude, tandis que dans la paroi circulent des fluides de refroidissement provenant des parties chaudes du moteurs (turbine haute pression notamment), où règnent des températures atteignant plusieurs centaines de degrés Celsius. Ainsi, avec des différences de température plus importantes entre la plaque et l'écoulement, l'écart entre la fréquence de résonance de la cavité chauffée et celle de la cavité à 300 K ne sera pas négligeable.

On remarque tout d'abord Fig. 4.16 que l'intensité sonore diminue en aval de la cavité (située à 50% du domaine). Cependant, on ne peut pas conclure sur l'effet des parois chauffées car la différence d'intensité sonore n'est pas assez marquée. Ensuite, on a représenté Fig. 4.17 l'évolution de la dissipation d'énergie cinétique à 1 mm au dessus du col pour chaque simulation, en superposant les résultats du cas chauffé avec le cas adiabatique. On ne peut pas conclure sur l'impact de la température sur l'absorption de la cavité ; l'écart de température est trop faible.

On a représenté sur la figure 4.18 les profils d'évolution du frottement en aval de la cavité pour le cas de la paroi chauffée. Le frottement est beaucoup plus intense proche de l'ouverture de la cavité, puis il chute brutalement avant de diminuer progressivement le long de la paroi comme dans le cas de la plaque plane. On remarque que le frottement pour les cas pulsés à 150 dB est plus grand et semble plus bruité que pour les cas à faible intensité sonore. Ce résultat est dû à la présence des tourbillons qui se propagent dans la couche limite vers l'aval.

Sur la figure 4.19 on retrouve l'évolution spatiale du frottement à la paroi pour chaque écoulement, mais cette fois on compare les profils avec le cas adiabatique. On remarque alors qu'il y a une différence notable uniquement dans les cas pulsés à une fréquence de 1000 Hz , où le cas de la paroi chauffée présente un tau de frottement à la paroi plus élevé.

Enfin, on a tracé sur la figure 4.20 les profils d'évolution du flux de chaleur en aval de la cavité. On remarque dans un premier temps que le transfert thermique est très marqué proche de l'ouverture de la cavité, et suit le même type d'évolution que le tau de frottement. Le cas à 1000 Hz et 150 dB présente le plus grand transfert de chaleur à la paroi, tandis que le cas à 150 dB et 500 Hz présente les valeurs les plus faibles.

Pour résumer ce chapitre, nous nous sommes basés sur une référence afin de valider nos résultats. Nous n'avons pas réussi à valider la méthode de détermination de l'impédance, qui nécessite beaucoup de précision. En effet, l'amplitude des fluctuations acoustiques étant infime par rapport aux grandeurs

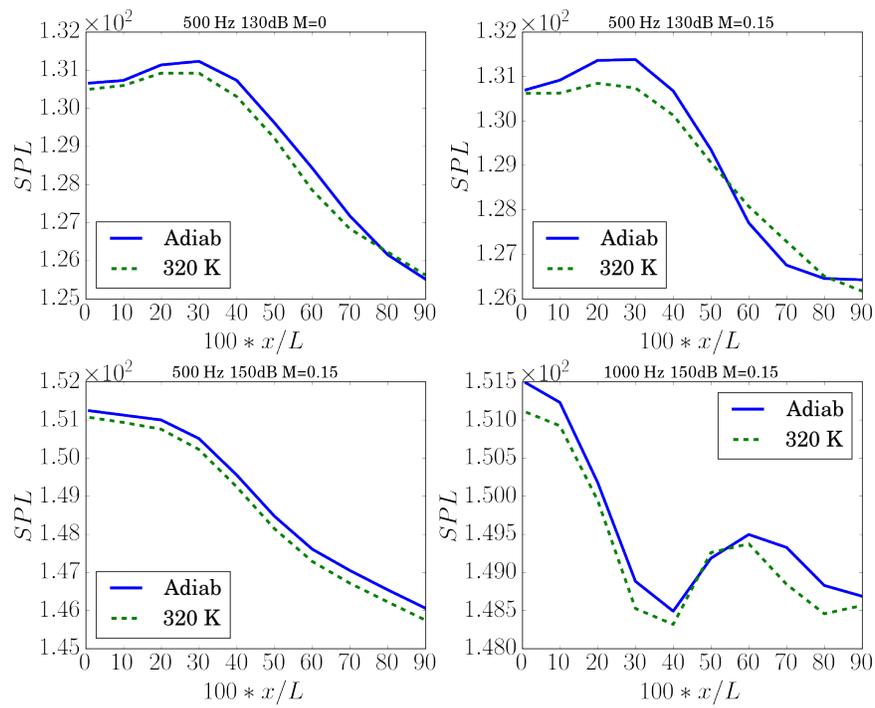


FIGURE 4.16 – Comparaison entre cas adiabatiques et thermiques de l'évolution de l'intensité sonore le long du domaine.

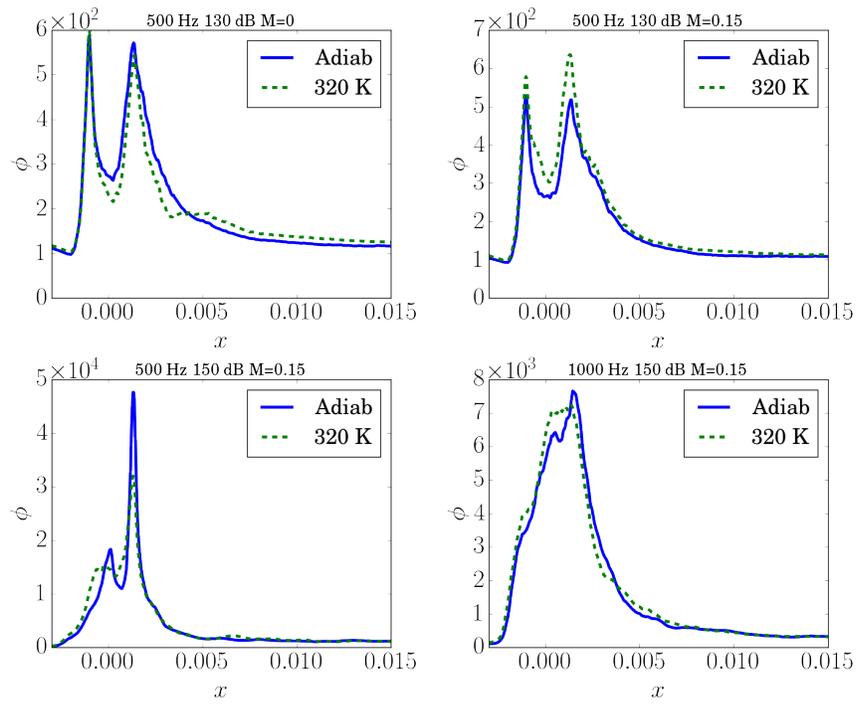


FIGURE 4.17 – Comparaison entre cas adiabatiques et thermiques de l'évolution de la dissipation d'énergie acoustique à 1 mm au dessus du col (col centré en 0, longueur : 2 mm).

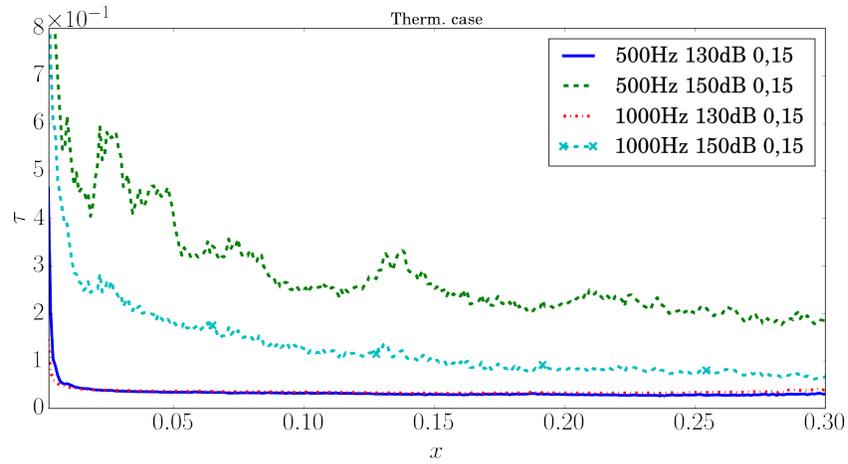


FIGURE 4.18 – Profil d'évolution spatiale du frottement en aval de la cavité.

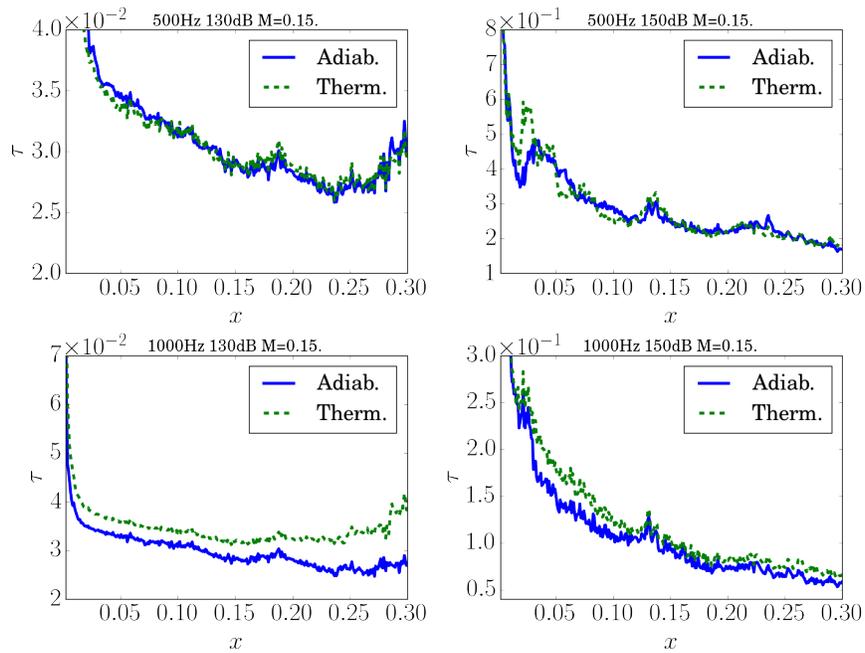


FIGURE 4.19 – Comparaison entre cas adiabatiques et thermiques de l'évolution du frottement en aval de la cavité.

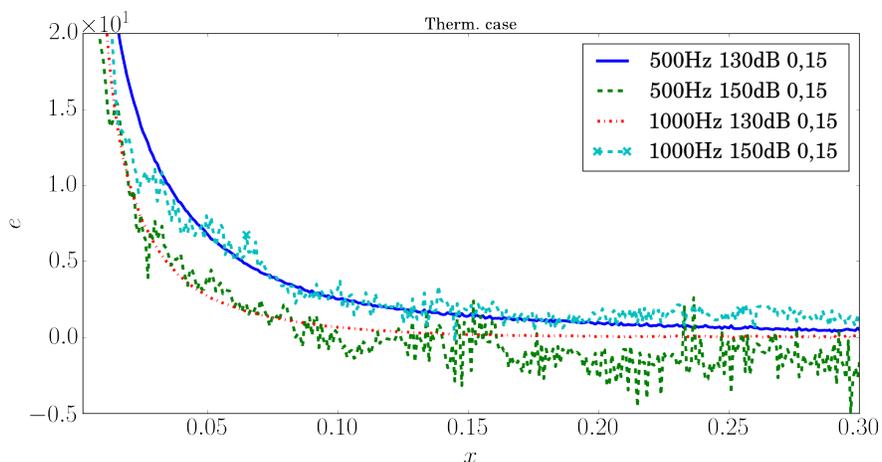


FIGURE 4.20 – Profil d'évolution spatiale du transfert de chaleur en aval de la cavité.

moyennes de l'écoulement, un écart de ces dernières entraîne des différences importantes en acoustique. Afin de prédire correctement l'acoustique, il faut avant tout maîtriser l'aérodynamisme de l'écoulement. Nous avons ainsi vu que le profil en entrée définissant la couche limite change complètement les phénomènes hydrodynamiques autour du col. Il est également déterminant de contrôler le débit à travers celui-ci.

Nous avons cependant retrouvé la phénoménologie des lâchés tourbillonnaires, et l'effet de l'intensité acoustique sur ceux-ci. Nous avons également établi une première approche thermique sur les liners acoustiques, sujet inexistant dans la littérature. Enfin, les résultats obtenus sur le comportement du flux thermique en fonction de l'amplitude des fluctuations acoustiques et de la fréquence de l'onde incidente ne semblent pas triviaux et nécessitent une étude plus approfondie.

Chapitre 5

Conclusion

Cette étude nous a permis d'établir les bases de la simulation numérique d'échanges thermiques sur les liners acoustiques. Le projet dans lequel s'inscrit l'étude en est à ses débuts, et de nombreux points restent à améliorer.

Le code a ainsi pu être validé pour un écoulement pulsé sur une plaque plane, puis sur une plaque chauffée. Nous avons obtenu de bons résultats en imposant la solution de Blasius en entrée, et cette partie nous a permis d'avoir des bases solides pour la suite de l'étude.

Nous avons choisi d'étudier l'impédance acoustique afin de caractériser l'absorption des cavités. Cependant, la prédiction de celle-ci est difficile et requiert beaucoup de précision. Nous avons néanmoins analysé d'autres grandeurs alternatives afin de caractériser un liner acoustique, comme les pertes par dissipation d'énergie cinétique notamment, ou encore l'évolution de l'intensité sonore dans le domaine. Nous avons ainsi établi le début de validation du code pour des configurations type liner acoustique, même si les simulations d'écoulements rasants pulsés n'ont pas encore été validés. Il reste en effet un travail à fournir au niveau de la précision sur l'hydrodynamique, nécessaire afin de prédire correctement l'acoustique. Nous avons réussi à définir correctement la couche limite et l'intensité des ondes incidentes, mais certaines erreurs provenant du débit qui n'est pas imposé persistent.

Pour la suite de l'étude, on pourra penser à créer une condition d'entrée qui impose le débit et avec laquelle on puisse injecter une onde dans le domaine, et coupler dans un second temps la conduction au niveau des parois avec la convection forcée par l'écoulement pulsé.

Les aspects thermiques qui ont été abordés sont nouveaux et essentiels au projet OPTIMA. Il apparaît visiblement des phénomènes que nous ne sommes pas encore parvenus à expliquer, et qui, faute de temps, nécessitent davantage d'analyses d'écoulements.

Annexe A

Maillages

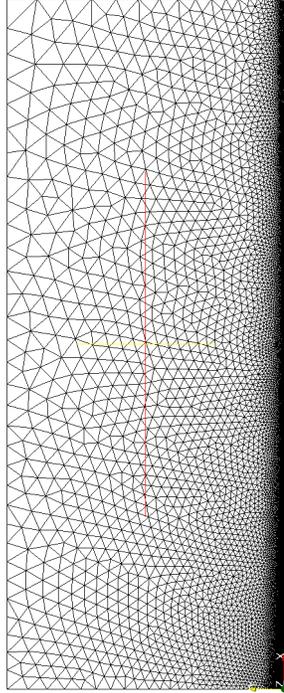


FIGURE A.1 – Maillage 1 : 22 000 mailles.

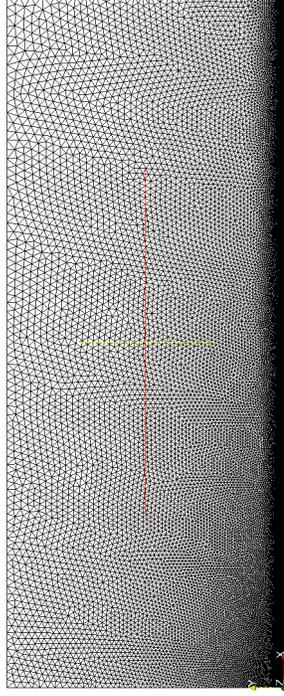


FIGURE A.2 – Maillage 2 : 67 000 mailles.

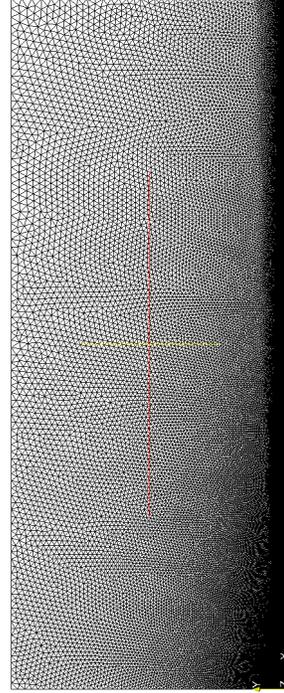


FIGURE A.3 – Maillage 3 : 188 000 mailles.

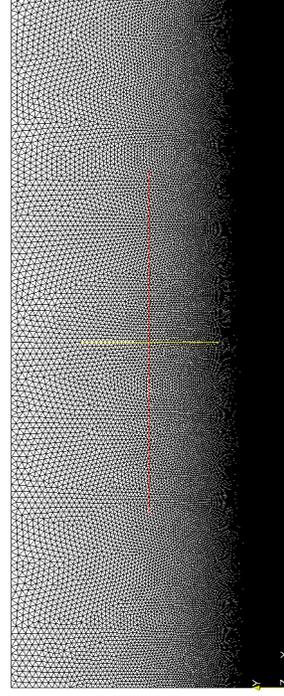


FIGURE A.4 – Maillage 4 : 500 000 mailles.

Bibliographie

- [1] Zhang and Bodony. Numerical investigation and modelling of acoustically excited flow through a circular orifice backed by a hexagonal cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, pages 366–401, Feb 2012.
- [2] Zhang and Bodony. Direct numerical simulation and analytical modeling of locally reacting, single, degree of freedom acoustic liners with turbulent grazing flow. *AIAA*, 2014.
- [3] Tam, Pastouchenko, Jones, and Watson. Experimental validation of numerical simulations for an acoustic liner in grazing flow : Self-noise and added drag. *Journal of Sound and Vibration*, pages 2831–2854, Feb 2014.
- [4] Poinso and Veynante. *Theoretical and Numerical Combustion*. Edwards, 2005.
- [5] Chu and Kovásznyai. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, pages 494–514, 1958.
- [6] Malmay. *Etude théorique et expérimentale de l'impédance acoustique de matériaux en présence d'un écoulement d'air tangentiel*. PhD thesis, Université du Maine, 2000.
- [7] Melling. The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels. *Journal of Sound and Vibration*, pages 1–65, 1973.
- [8] Dean. In situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, pages 97–130, 1974.
- [9] Ingard and Ising. Acoustic nonlinearity of an orifice. *Journal of Acoustical Society of America*, pages 6–17, 1967.
- [10] Rienstra and Hirschberg. *An Introduction to Acoustics*. 2004.
- [11] Tam, Ju, and Walker. Numerical simulation of a slit resonator in a grazing flow under acoustic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, pages 449–471, Feb 2006.
- [12] Poinso and Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, pages 104–129, July 1992.
- [13] Lax and Wendroff. Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy. *Commun. Pure Appl. Math.*, pages 381–398, 1964.

- [14] Colin and Rudgyard. Development of high-order taylor-galerkin schemes for unsteady calculations. *J. Comput. Phys.*, pages 381–398, 2000.
- [15] Cazalbou and Joly. *Mécanique des Fluides - Ecoulements de fluide visqueux incompressible*. 2013.
- [16] Blasius. Grenzsichten in flussigkeiten mit kleiner reibung. *Z Math Phys*, pages 1–37, 1908.
- [17] Ahmad and Al-Barakati. An approximate analytic solution of the blasius problem. 2008.
- [18] Gosse. Analyse simplifiée du couplage conduction-convection pour un écoulement à couche limite laminaire sur une plaque plane. *Rev. Gen. Therm*, 1980.
- [19] Zhang and Bodony. Numerical simulation of two-dimensional acoustic liners with high-speed grazing flow. *AIAA Journal*, pages 365–382, Feb 2011.
- [20] Pridmore-Brown. Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct. *Journal of Fluid Dynamics*, pages 393–406, 1958.
- [21] Jones, Watson, and Nark. Effects of flow profile on educed acoustic liner impedance. *AIAA*, page 23, Jun 2010.