

Etude d'incertitude autour de l'équation de Manning-Strickler

4 mai 2015

Table des matières

1	Introduction	1
2	Dérivation de l'équation de Manning-Strickler	2
3	Paramètres incertains, représentation statistique de l'incertitude	4
4	Comparaison entre les résultats théoriques et des simulations Monte Carlo avec Manning-Strickler	5
4.1	Distribution Uniforme	6
4.2	Distribution exponentielle	8
4.3	Distribution gaussienne	9
5	Comparaison entre les résultats théoriques de l'équation de Manning-Strickler et les résultats de Mascaret pour un cas Canal puis pour la cas de la Marne avec une approche stochastique	12
5.1	Cas avec un Canal satisfaisant les conditions de l'équation de Manning-Strickler	13
5.2	Cas avec un Canal régime Uniforme, C.L non satisfaisant l'équation de Manning-Strickler	13
5.3	Cas réelle de la Marne-bathymétrie réelle, régime permanent	14
6	Conclusion	17

1 Introduction

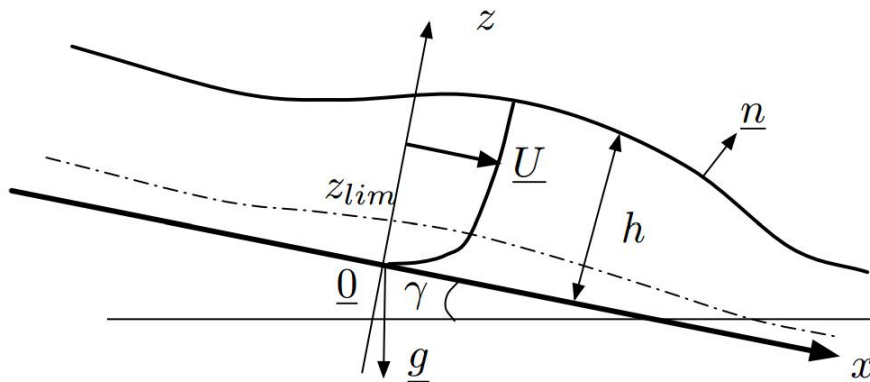
L'étude d'incertitude sur les sorties de modèles tels que Mascaret et Telemac est importante pour les décisions opérationnelles. L'incertitude sur les sorties simulées aux équations Saint-Venant est liée à l'incertitude sur les paramètres d'entrée de ce code. Dans notre cas, on s'intéresse à l'incertitude liée au coefficient de Strickler K_s et à son impact sur la hauteur d'eau. Dans ce rapport, on s'intéresse à l'approximation

onde de crue, en utilisant l'équation de Manning-Strickler pour un régime permanent et une pente constante pour une géométrie de type "Canal", dont les valeurs numériques approchent les valeurs moyennes du tronçon de la Marne (TR1). Pour ce cas idéalisé, cette équation possède une solution analytique, ce qui permet d'exprimer la forme analytique de la densité de probabilité (PDF) des hauteurs d'eau en fonction de la densité de probabilité des K_s . On comparera dans un premier temps la solution analytique à celle obtenue stochastiquement sur un ensemble de réalisations de l'équation de Manning-Strickler.

2 Dérivation de l'équation de Manning-Strickler

L'équation de Manning-Strickler est utilisée pour paramétrer les frottements dans les équations de Saint-Venant. On considère un écoulement à surface libre sur un plan incliné, le modèle des équations de Saint-Venant s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} = -h \frac{\partial U}{\partial x},$$
$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} = -g' \frac{\partial h}{\partial x} + gI - \frac{C_f}{2} \frac{U|U|}{h}. \quad (1)$$



- h Hauteur d'eau
- U Vitesse de l'écoulement
- $\frac{\partial h}{\partial x}$ La pente de la surface libre
- g L'accélération de la pesanteur
- $I = \sin \gamma$ La pente du fond
- C_f Le coefficient de frottement.

L'approximation des ondes de crues consiste à prendre la force de frottements égale au terme due à la pente gravitaire (On néglige les termes d'accélération et de pression).
Donc, on retrouve l'équation suivante :

$$gI = \frac{C_f U |U|}{2 h} \quad (2)$$

Le coefficient C_f est un coefficient adimensionnel qui permet de définir le cisaillement au fond de la rivière. En hydraulique à surface libre on utilise souvent l'équation de Manning-Strickler pour modéliser C_f , qui s'écrit de la manière suivante :

$$C_f = \frac{2g}{K_s^2 h^{1/3}} \quad (3)$$

Finalement, on remplace C_f par l'équation (3) dans l'équation (2) et on retrouve l'équation de Manning-Strickler :

$$\begin{aligned}
 U &= K_s h^{2/3} I^{1/2}, \\
 q &= Uh = K_s h^{5/3} I^{1/2}, \\
 h &= \left(\frac{q}{K_s I^{1/2}} \right)^{3/5}. \tag{4}
 \end{aligned}$$

- On suppose que la rivière à la forme d'un canal donc $q=Q/W$ avec q : le débit linéique en (m^2/s) , Q : le débit surfacique en (m^3/s) et W : la largeur de la rivière en (m) que l'on supposera constante.
- On suppose aussi que la pente I est constante sur tout le canal.
- Dans la suite on utilisera l'équation de Manning-Strickler sous la forme de l'équation (4).

3 Paramètres incertains, représentation statistique de l'incertitude

On se place dans le régime permanent i.e $q=Uh=cste$. Et on cherche à quantifier l'incertitude sur la hauteur d'eau. On suppose que K_s est une variable aléatoire, et f_{K_s} sa densité de probabilité. On cherche à estimer la densité de probabilité de h notée f_h en fonction de celle de f_{K_s} en supposant que h et K_s sont reliés par l'équation de Manning-Strickler.

Propriété 1. *Si X est une variable aléatoire dont la densité de probabilité est $f_X(x)$ et Y une deuxième variable aléatoire telle qu'il existe une fonction g monotone et dérivable avec $g(X) = Y$. Alors la densité de probabilité de Y s'écrit sous la forme suivante :*

$$f_Y(y) = \frac{1}{|g'(g^{-1}(y))|} \cdot f_X(g^{-1}(y)). \tag{5}$$

Dans le cas présent X représente K_s et Y représente h . Selon l'équation (4) on a

$h = (\frac{q}{K_s I^{1/2}})^{3/5}$, on pose $a = (\frac{q}{I^{1/2}})$, puisque l'on est en régime permanent uniforme. La fonction $g(x)$, dans ce cas s'écrit de la forme suivante : $g(x) = (\frac{a}{x})^{3/5}$. La fonction g est décroissante et dérivable sur \mathbb{R}^{+*} . De plus on a $g(K_s) = h = (\frac{a}{K_s})^{3/5}$. Donc d'après l'équation (5) on trouve la densité de probabilité de la hauteur d'eau par rapport à celle de la distribution des K_s .

$$g^{-1}(h) = \frac{a}{h^{3/5}},$$

$$g'(K_s) = -\frac{3}{5} \frac{a^{3/5}}{K_s^{8/5}}.$$

Finalement on trouve :

$$f_h(h) = \frac{5}{3} \frac{a}{h^{8/3}} \cdot f_{K_s}\left(\frac{a}{h^{5/3}}\right). \quad (6)$$

4 Comparaison entre les résultats théoriques et des simulations Monte Carlo avec Manning-Strickler

On cherche à comparer dans cette partie les résultats théoriques obtenus à l'aide de l'équation (6), et les résultats obtenus avec l'approche stochastique sur un cas idéalisé de type "Canal" à pente constante en régime permanent uniforme dont les propriétés géométriques sont une approximation de celle du tronçon de la Marne. On choisit $Q = 150 \text{ m}^3/\text{s}$, pour une largeur de canal $L = 100 \text{ m}$. La pente est fixée à la valeur moyenne de celle du tronçon de la Marne, c'est à dire $1.2 \text{ E-}3$. On tire un échantillon des K_s selon une loi donnée (uniforme, exponentielle ou normale), puis on calcule les hauteurs d'eau correspondantes via l'équation de Manning-Strickler sur le cas idéalisé. On représente alors la PDF en sortie des hauteurs d'eau sur laquelle on trace celle issue de l'équation théorique (équation 6).

4.1 Distribution Uniforme

On suppose que K_s suit une distribution uniforme. Donc $f_{K_s}(K_s) = \mathbf{1}_{[c\ b]}(K_s)$

$$\text{avec } \mathbf{1}_{[c\ b]}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ appartient à } [c\ b], \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

On prend $c=7$ et $b=33$. Selon l'équation (6) on peut trouver la forme de la PDF des hauteurs d'eau en sortie de l'équation de Manning-Strickler :

Tout d'abord on cherche l'intervalle de l'indicatrice de la fonction uniforme :

$$\begin{aligned} 7 \leq K_s \leq 33 &\iff 7 \leq \frac{a}{h^{5/3}} \leq 33 \\ &\iff \left(\frac{a}{33}\right)^{3/5} \leq h \leq \left(\frac{a}{7}\right)^{3/5} \\ &\iff 1.1 \leq h \leq 2.8. \end{aligned}$$

Finalement on retrouve l'expression analytique de la PDF de la hauteur d'eau pour ce cas là :

$$f_h(h) = \frac{5a}{3h^{8/3}} \cdot \frac{1}{b-c} \mathbf{1}_{[1.1\ 2.8]}. \quad (7)$$

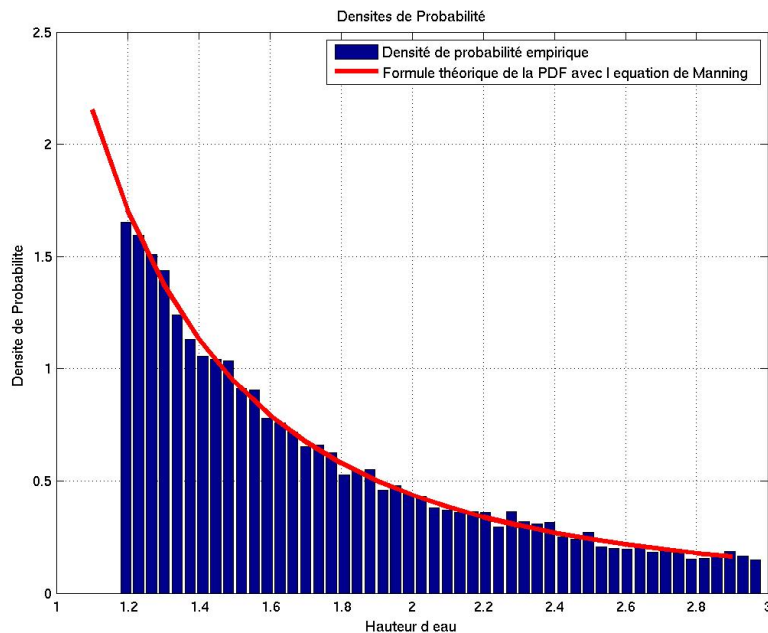


FIGURE 1 – Comparaison entre simulation Monte-Carlo et l'équation 7 pour une distribution en entrée uniforme

La figure (1) représente la PDF en sortie des hauteurs d'eau pour une distribution uniforme des K_s , en utilisant l'équation (7) (courbe rouge) et un tirage Monte Carlo (courbe bleue) de 10000 membres effectué sur les K_s selon une distribution uniforme. Ci dessous on rappelle la définition des premiers moments statistiques calculés stochastiquement et puis à l'aide de l'expression théorique :

— Moyenne calculée avec une loi continue : $E(h) = \int_{\mathbf{R}} h f_h(h) dh$.

— Estimation de la moyenne calculée à l'aide d'un échantillon : $\widehat{E}(h) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N h$

— Variance calculée avec une loi continue : $Var(h) = \int_{\mathbf{R}} (h - E(h))^2 f_h(h) dh$.

— Estimation de la variance calculée à l'aide d'un échantillon : $\widehat{Var}(h) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (h - \widehat{E}(h))^2$.

	moyenne	écart-type
Moment stochastique	1.73	0.47
Moment théorique	1.81	0.5

Les résultats avec l'approche stochastique convergent correctement vers les moments théoriques en utilisant un échantillon de 1000 membres. De plus on remarque que la PDF théorique (rouge) et stochastique (bleue) sont en accord. On note qu'un échantillon de 1000 membres permet la convergence du calcul statistique pour le cas test présent.

On remarque que la PDF des sorties n'est pas uniforme contrairement à celle imposée sur les coefficients K_s . Ceci traduit le comportement non linéaire de l'expression de la hauteur d'eau via l'équation de Manning-Strickler en fonction du K_s . Une perturbation négative du K_s n'a pas le même effet qu'une perturbation positive. Dans un cas linéaire on s'attend à avoir une densité de probabilité uniforme en sortie. L'équation de Manning-Strickler ne réagit pas uniformément à chacune des perturbations du K_s , la

hauteur d'eau réagit plus à une perturbation négative qu'à une perturbation positive du K_s .

La moyenne de l'échantillon vaut 1.73 m alors que la médiane vaut 1.59 m, donc le comportement du système tend à réagir fortement aux perturbations négatives plus qu'aux perturbations positives ce qui représente la non-linéarité décrite par l'équation de Manning-Strickler.

4.2 Distribution exponentielle

On utilise dans cette partie une distribution exponentielle pour le tirage des K_s . La loi exponentielle est une loi continue avec un paramètre λ qui est l'inverse de la moyenne. La densité de probabilité de la loi exponentielle est : $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$. Afin d'échantillonner une loi exponentielle, on utilise la propriété suivante : Si u est une variable aléatoire de distribution uniforme, alors la variable $-\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u)$ suit une loi exponentielle de paramètre λ .

Soit K_s suit une loi exponentielle de paramètre λ , à l'aide de l'équation (6) on retrouve la densité de probabilité de la hauteur d'eau :

$$f_h(h) = \frac{5a\lambda}{3h^{8/3}} \exp\left(-\frac{\lambda a}{h^{5/3}}\right). \quad (8)$$

La figure (2) représente la PDF en sortie des hauteurs d'eau pour une distribution exponentielle des K_s , en utilisant l'équation (8) (courbe rouge) et un tirage Monte Carlo (100.000 membres) des K_s transformés en hauteurs d'eau grâce à l'équation de Manning-Strickler. On remarque sur la figure 2 que l'équation (6) permet de bien reproduire la PDF des hauteurs d'eau pour l'équation de Manning-Strickler comme pour le cas précédent.

Même si à première vue, la PDF des hauteurs d'eau ressemble à une loi exponentielle, l'expression des moments statistiques (particulièrement les coefficients d'aplatissement et d'asymétrie) montre qu'elle ne l'est pas.

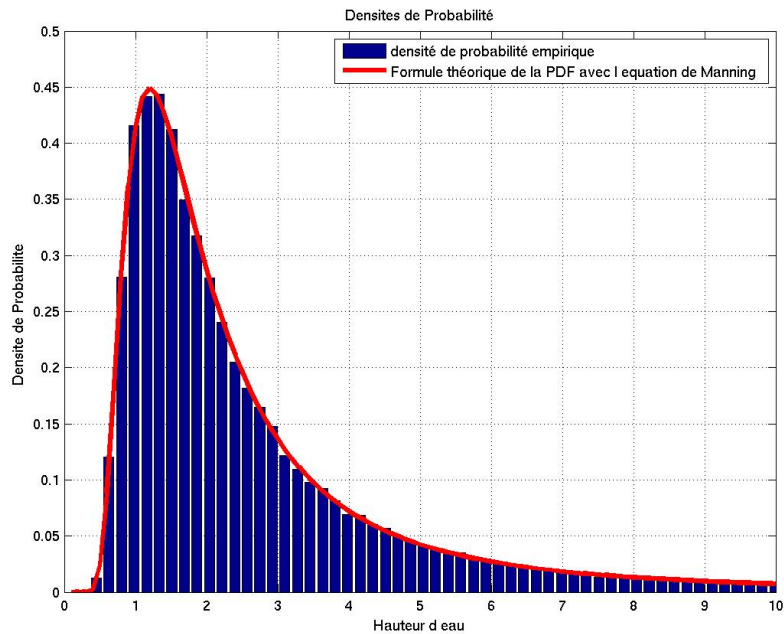


FIGURE 2 – Comparaison entre simulation Monte-Carlo et l'équation 8 pour une distribution en entrée exponentielle

	moyenne	écart-type	asymétrie	aplatissement
PDF des hauteurs d'eau	3.5	0.47	7.12	66.03
PDF exponentielle	$\frac{1}{\lambda}=3.5$	$\frac{1}{\lambda}=3.5$	2	6

On conclut que l'équation de Manning-Strickler rend la PDF des hauteurs d'eau asymétrique positive.

Finalement, à l'aide des moments calculés stochastiquement on montre que la PDF des hauteurs d'eau pour une perturbation exponentielle des K_s n'est pas exponentielle, ceci confirme le comportement non-linéaire de l'équation de Manning-Strickler.

4.3 Distribution gaussienne

On utilise dans cette partie une distribution gaussienne pour le tirage des K_s . La loi normale est une loi continue à deux paramètres : m (la moyenne) et σ (l'écart-type). La densité de probabilité d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale s'écrit de la façon suivante :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-m)^2}{\sigma^2})}.$$

On suppose que K_s suit une loi normale de paramètres : $m(20)$ et σ (3.64). On retrouve, à l'aide de l'équation (6), l'expression de la densité de probabilité de la hauteur d'eau :

$$f_h(h) = \frac{5a}{3\sigma\sqrt{2\pi}h^{8/3}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(a - h^{5/3}m)^2}{(h^{5/3}\sigma)^2}\right). \quad (9)$$

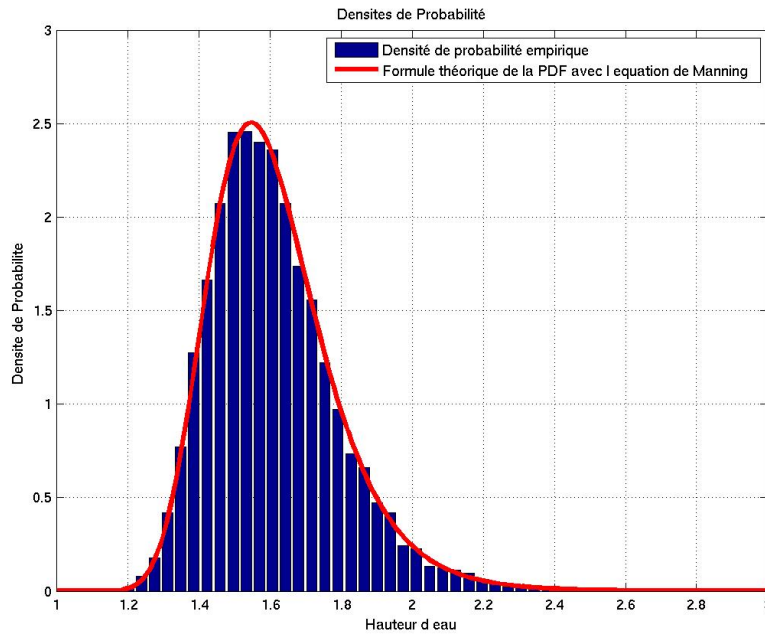


FIGURE 3 – Comparaison entre simulation Monte-Carlo et l'équation (9) pour une distribution en entrée gaussienne

La figure (3) représente la densité de probabilité empirique à partir d'un tirage Monté Carlo des K_s suivant une loi normale, et la densité de probabilité théorique obtenue à l'aide de l'équation (9). La formule théorique représente bien la densité empirique ce qui valide l'équation (6) pour le cas Manning-Strickler. On regarde les moments estimés de manière stochastique de la PDF des hauteur d'eau :

	moyenne	médiane	écart-type	asymétrie	aplatissement
PDF des hauteurs d'eau	1.61	1.58	0.19	0.94	1.63

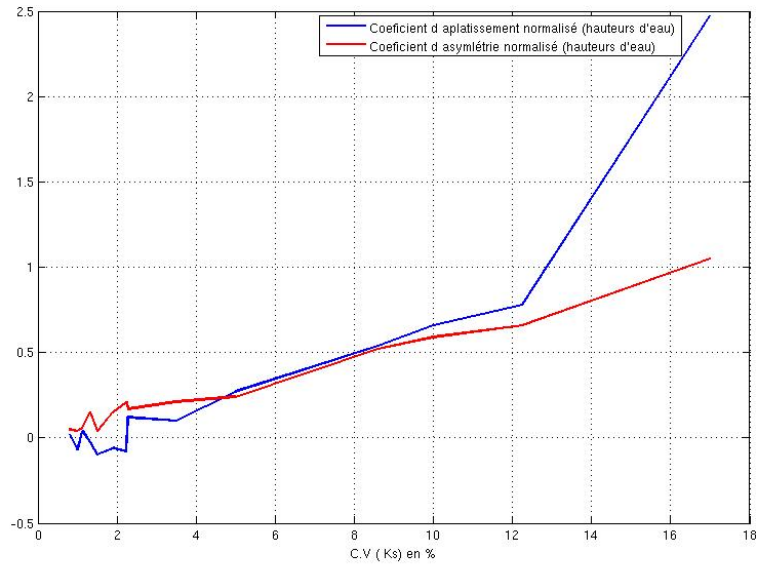


FIGURE 4 – Coefficient d'aplatissement et d'asymétrie de la PDF en sortie en fonction du Coefficient de variation de la PDF en entrée

On remarque que la valeur de l'écart-type est petite, avec un coefficient d'asymétrie positive, ce qui veut dire que la réaction de l'équation Manning-Strickler n'est pas linéaire par rapport à une perturbation positive ou négative du K_s : une perturbation positive du K_s ($+dK_s$) induirait une perturbation négative sur la hauteur d'eau ($-dh_{pos}$), mais une perturbation négative du K_s (de valeur absolue égale à la perturbation positive $-dK_s$) induirait une perturbation positive de la hauteur d'eau (de valeur absolue différente que la précédente $+dh_{neg}$ et $dh_{neg} \neq dh_{pos}$). D'autre part, on remarque un coefficient d'aplatissement assez grand, ce qui veut dire que la densité de probabilité est pointue par rapport à une gaussienne. Ceci montre que le comportement du système n'est pas linéaire.

Les trois cas d'étude précédents montrent que l'expression de la hauteur d'eau en fonction du K_s via l'équation de Manning-Strickler est non-linéaire. Cette conclusion

est importante pour la suite des travaux en assimilation de données. En effet, dans le cadre des algorithmes d'assimilation de données, on se place généralement sous l'hypothèse linéaire. Ici, il est donc nécessaire de faire une hypothèse de linéarité locale. Afin de déterminer les limites de cette hypothèse, on s'intéresse à l'ordre de grandeur de la perturbation par rapport à la valeur moyenne du K_s . On trace sur la figure 4 les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement de la densité de probabilité des hauteurs d'eau en fonction du coefficient de variation des K_s . On définit le coefficient de variation en statistique par le rapport de l'écart-type par rapport à la moyenne ($C.V = \frac{\sigma}{m}$). Ce coefficient permet de mesurer la dispersion d'une variable aléatoire et présente l'avantage d'être un coefficient adimensionnel. On remarque pour des variations inférieures à 12% les coefficients d'asymétrie et d'aplatissements sont presque nuls, pour ce cas la PDF des hauteurs d'eau est une gaussienne, et donc le système est linéaire. On note donc que pour des perturbations de l'ordre de 12% autour d'une valeur de référence qui vaut ici $20 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$, la réponse est linéaire.

5 Comparaison entre les résultats théoriques de l'équation de Manning-Strickler et les résultats de Mascaret pour un cas Canal puis pour la cas de la Marne avec une approche stochastique

Dans cette section on compare les résultats de la PDF des sorties du code Mascaret avec l'équation 6, afin de quantifier la non-linéarité due aux frottements. Dans un premier temps, on se mettra dans les conditions de Manning-Strickler de façon à avoir la surface libre parallèle à la pente sur un canal rectangulaire satisfaisant les conditions de l'équation de Manning-Strickler, Puis dans un second temps, on utilisera ce canal en changeant les conditions aux limites de sorte de ne plus satisfaire l'équilibre décrit par l'équation de Manning-Strickler. Puis finalement on s'intéressera aux résultats de Mascaret pour au cas de la Marne.

5.1 Cas avec un Canal satisfaisant les conditions de l'équation de Manning-Strickler

Afin de se placer dans les conditions de l'équations de Manning-Strickler on doit imposer une géométrie uniforme et un régime permanent donc $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ et $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$. Les équation de Saint-Venant se réduisent donc à l'équation suivante : $-g' \frac{\partial h}{\partial x} + gI - \frac{C_f}{2} \frac{U|U|}{h} = 0$. Pour que l'on retrouve l'équation de Manning-Strickler il faut que la hauteur d'eau h soit uniforme sur tout le tronçon. Donc pour éviter d'avoir des remous il faut imposer des conditions aux limites qui respectent les conditions de Manning-Strickler. Dans le cas du canal précédant (géométrie uniforme et régime permanent i.e $L=100m$ et $I=2.5E-4$), on impose ($Q=55,16 m^3/s$ et $h=1m$), ce qui permet de simuler un écoulement permanent uniforme i.e ($Q(t)=55,16 m^3/s$ à l'aval et $h=1m$ à l'amont car on est en régime fluvial). On peut noter que pour cette configuration, il est légitime de faire l'hypothèse des grandes largeurs ($Rh = 0.98m$). La figure 6 permet de constater la non-linéarité des équations de Saint-Venant due à la paramétrisation du frottement, ainsi qu'elle valide l'équation 6 pour le code Mascaret dans le cas où on impose des conditions similaires à l'équation de Manning-Strickler.

5.2 Cas avec un Canal régime Uniforme, C.L non satisfaisant l'équation de Manning-Strickler

Dans cette partie, on garde la même géométrie du canal que précédemment et on impose des conditions à l'amont et à l'aval de sorte que ça ne satisfait pas l'équation de Manning-Strickler ($Q=1000m^3/s$ et $h=5m$). On note aussi que l'approximation grande largeur ($Rh = h$) reste discutable dans ce cas car on commet une erreur de 6% sur l'estimation du débit ($Q_{Rh=h} = 767m^3/s$; $Q_{Rh \neq h} = 817m^3/s$). On regarde à l'issue la PDF calculée stochastiquement à l'aide du code Mascaret.

La figure 6 représente la PDF estimée stochastiquement des sorties de hauteurs d'eau, on remarque que la courbe de l'équation 6 correspond à la PDF issue de Mascaret malgré le fait que les CL ne soient pas en adéquation avec l'équation de Manning-Strickler. En effet, sur la figure 7 on remarque que la ligne d'eau est parallèle à la pente

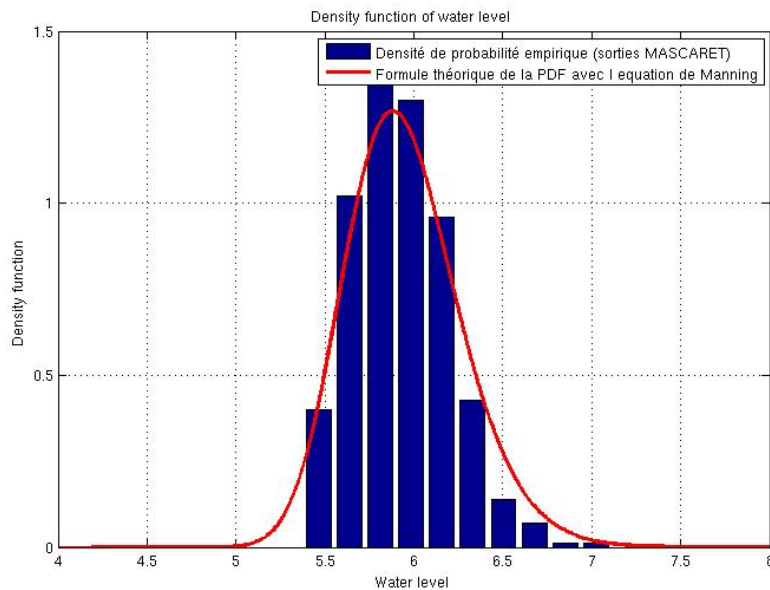


FIGURE 5 – Densité de probabilité pour les sorties Mascaret pour un canal en régime uniforme et l'équation de Manning-Strickler

du canal, sauf pour l'amont où il existe une zone de remous. Cependant, on calcule la PDF au milieu du domaine, or au centre du canal on remarque que l'écoulement est parallèle à la bathymétrie ce qui justifie la correspondance de la PDF à la sortie de Mascaret avec la PDF analytique calculée avec l'équation de Manning-Strickler.

5.3 Cas réelle de la Marne-bathymétrie réelle, régime permanent

Dans cette partie, on souhaite comparer la PDF issue du MASCARET sur un cas avec une bathymétrie complexe avec un régime permanent ($Q=150m^3/s$), et la PDF analytique de l'équation de Manning-Strickler (équation 6),.

La figure 8 représente la densité de probabilité que l'on obtient avec Mascaret lorsque l'on perturbe les Ks de manière gaussienne, et on regarde les hauteurs d'eau à la sortie. La courbe en rouge représente la densité de probabilité théorique développée à l'aide de l'équation de Manning-Strickler sachant la distribution des Ks. Dans ce cas les Ks sont tirés de manière gaussienne, donc on utilise l'équation 6 pour caractériser la densité de probabilité de la hauteur d'eau suivant l'équation de Manning-Strickler.

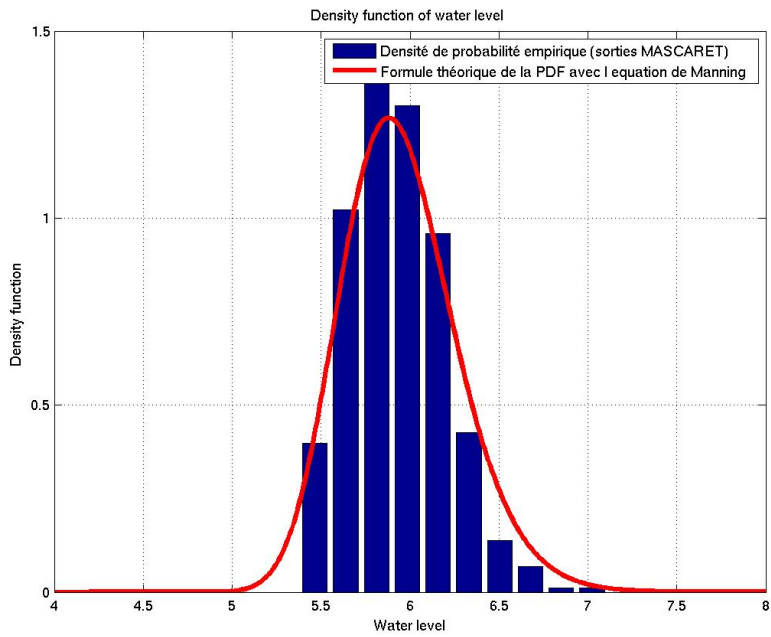


FIGURE 6 – Densité de probabilité pour les sorties Mascaret pour un canal en régime uniforme et l'équation de Manning-Strickler

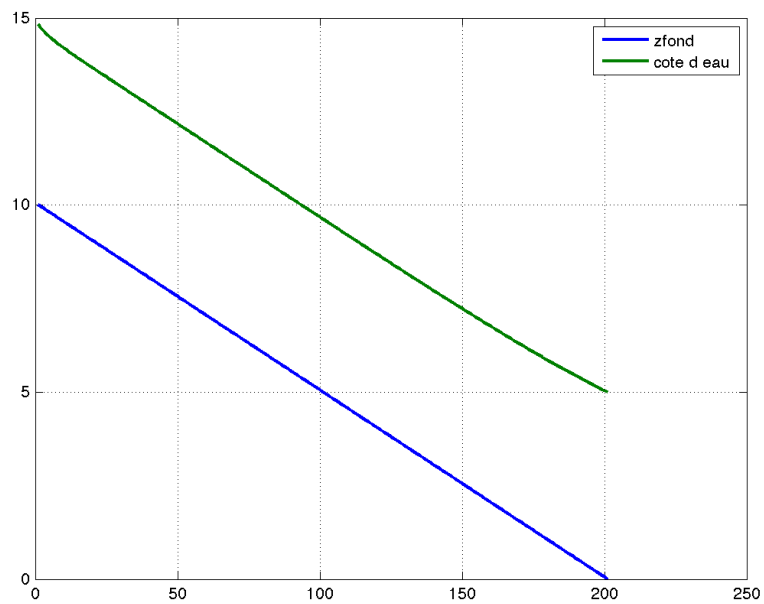


FIGURE 7 – Exemple côte d'eau de la sortie Mascaret

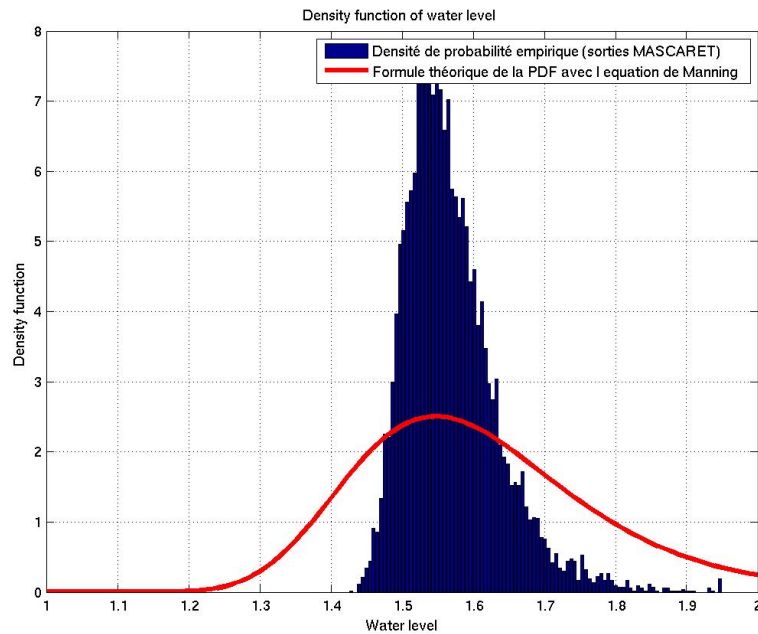


FIGURE 8 – Densité de probabilité pour les sorties Mascaret du cas de la Marne et l'équation de Manning-Strickler

On perturbe les Ks avec une loi normale de moyenne 20 et de variance 12. Les deux courbes sont différentes, le cas de la Marne n'obéit pas forcément aux lois de l'équation de Manning-Strickler. En effet, le cas de la Marne est un cas avec une géométrie complexe due à l'existence d'une bathymétrie complexe. Bien que le régime soit permanent, l'existence de cette bathymétrie va induire des courbes de remous et donc l'écoulement ne sera pas nécessairement parallèle à la pente du fond d'où la différence avec l'équation de Manning. On remarque aussi l'effet d'asymétrie qui apparaît bien sur les sorties de Mascaret, ainsi que sur les courbes théoriques.

Regardons les premiers moments statistiques pour les PDF :

	moyenne	écart-type	asymétrie	aplatissement
PDF Mascaret	1.5	0.06	1.29	3.03
PDF Manning-Strickler	1.62	0.18	1.05	2.50

Les deux premiers moments statistiques (la moyenne et l'écart-type) montrent une

ressemblance entre les deux PDF (Manning-Strickler et Mascaret avec le cas Marne). Les deux systèmes sont non-linéaires par rapport à une perturbation de K_s . Par contre les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement sont différents (les deux plus grand pour Mascaret pour le cas Marne que pour Manning-Strickler), l'ajout de la bathymétrie réelle à engendrer plus de déformations sur la PDF et donc l'hypothèse de l'équation de Manning-Strickler n'est plus valable. Ceci indique que l'on ne peut pas estimer la PDF à la sortie de Mascaret à l'aide de l'équation 6 et que l'approche stochastique est indispensable pour connaître la forme de la PDF.

6 Conclusion

L'équation de Manning-Strickler permet de mettre en évidence la non-linéarité du système Saint-Venant. Son écriture théorique permet de trouver une relation entre la PDF des K_s et la PDF de la hauteur d'eau. L'équation (6) donne le lien entre les deux PDF. On remarque qu'il existe un coefficient entre les deux PDF qui n'est pas constant d'où la non-linéarité du système. Finalement, on conclut que pour une perturbation positive ou négative de la valeur du K_s , la réponse à cette perturbation sera différente dans les deux cas. Cette étude permet aussi de dire que l'approximation de la linéarité de l'équation de Manning-Strickler pour un algorithme d'assimilation de données, par exemple dans le cas du filtre de Kalman où l'on souhaite supposer que le code soit linéaire, n'est valable que pour un coefficient de variation autour de 10% pour une valeur moyenne du K_s du $20 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$. Finalement, la comparaison avec la PDF à la sortie du code de Mascaret permet de dire que l'équation de Manning-Strickler explique en partie la non-linéarité des équations de Saint-Venant par rapport aux variations du K_s (Canal régime uniforme), par contre l'ajout d'une bathymétrie complexe déforme la PDF en sortie de Mascaret et elle ne peut être estimée à l'aide de l'équation 6. Dans ce cas une approche stochastique est nécessaire pour quantifier les incertitudes.