



1530

COLLÈGE DE FRANCE
Laboratoire de Physique Corpusculaire

SOLEIL, MATIÈRE, NEUTRINOS, OSCILLATIONS

Laure Coquart

LPC 96 03S

Rapport de stage de licence de Physique
Université Paris VI
Responsable de stage : B. Lefièvre

COLLEGE DE FRANCE, IN2P3-CNRS, Laboratoire de Physique Corpusculaire,
11 Place Marcelin Berthelot, F-75231 Paris Cedex 05, FRANCE

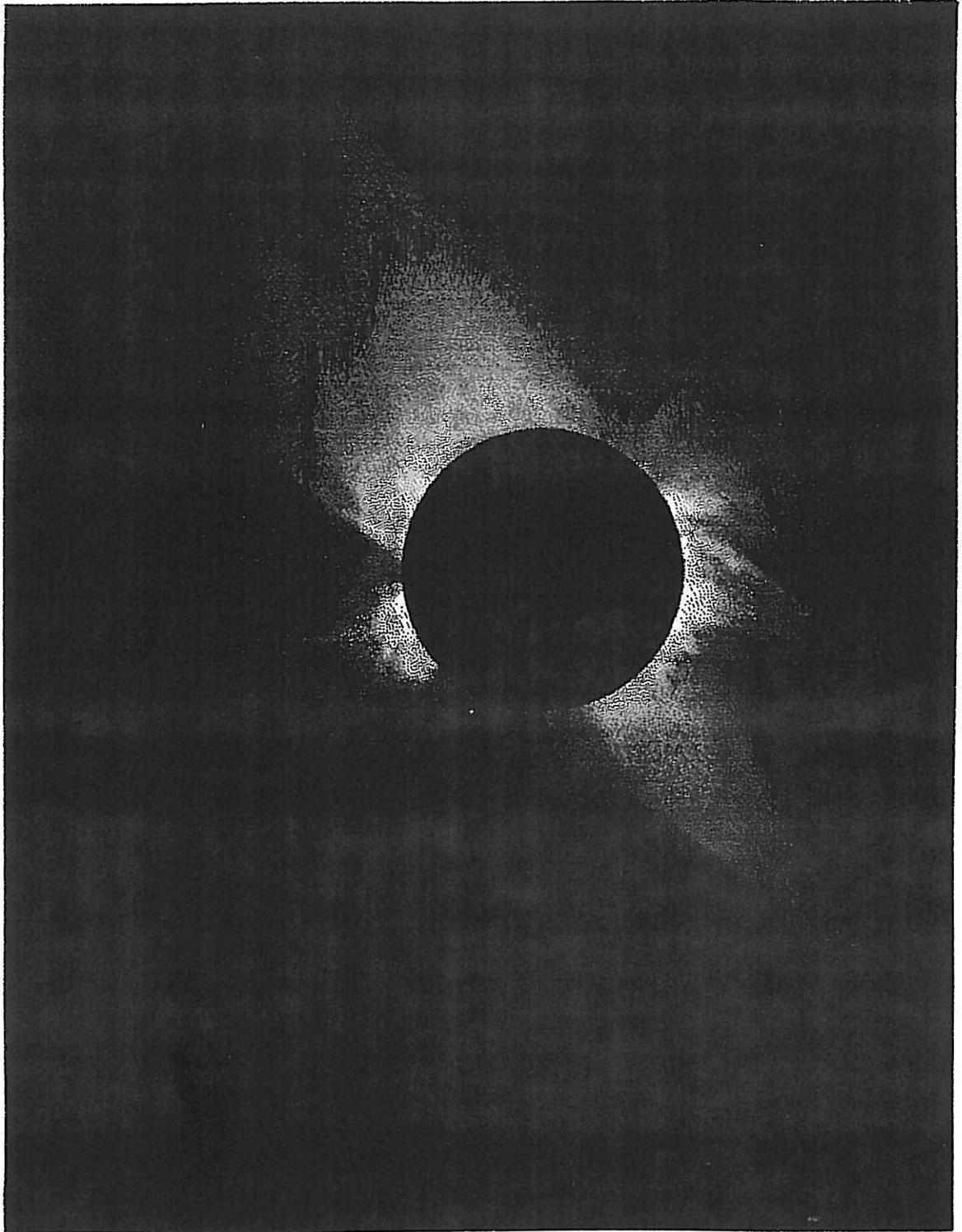
SOLEIL

MATIERE

NEUTRINOS

OSCILLATIONS

Laure COQUART



"Les neutrinos solaires oscillent mais ne s'éclipsent pas"

ECLIPSE DE SOLEIL - BAJA CALIFORNIE 1991

Table des matières

Introduction	2
1 Oscillations dans le vide	3
1.1 Calcul de la probabilité $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$	3
1.2 Conséquences sur les mesures en énergie des antineutrinos électrons	5
1.3 Les résultats de l'expérience du Bugey [2]	5
1.4 L'expérience de Chooz	6
1.5 Les neutrinos solaires	6
2 Le Soleil	7
2.1 Le modèle standard du Soleil	7
2.2 Spectre des neutrinos dans le modèle standard du soleil	8
2.3 Présentation des expériences de mesure des neutrinos solaires	9
2.4 Résultats	10
3 Les oscillations dans la matière	11
3.1 Equations régissant l'évolution de ν_e et ν_α dans la matière	11
3.2 Probabilité $P = P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ à ρ_e constant	12
3.3 Condition d'adiabaticité	13
3.4 Probabilité $P = P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ à ρ_e variable. Effet MSW [4], [5]	14
3.4.1 \bar{P} dans le cas adiabatique	14
3.4.2 \bar{P} dans le cas non adiabatique.	15
3.4.3 Variations de \bar{P} en fonction de $\frac{E}{\Delta m^2}$ pour des neutrinos se propageant dans le soleil	16
3.5 Oscillations dans la matière et mesures expérimentales	16
4 Hellaz	17
4.1 Description de l'expérience	17
4.2 Courbes d'isoprobabilité \bar{P} pour les neutrinos pp et les neutrinos de béryllium.	18
Conclusion	19
Annexe	20

Introduction

L'existence d'une nouvelle particule, le neutrino, a été proposée par Pauli en 1930 pour expliquer la désintégration β ; 23 années plus tard Reines et Cowan [1] le mettent en évidence par la réaction β -inverse



en utilisant comme cible 200 l d'eau, dans laquelle ils ont dissout du chlorure de cadmium afin de mettre le neutron en évidence; ils obtiendront en 1995 le prix Nobel pour la réalisation de cette expérience phare de la physique du neutrino.

Dans le Modèle Standard des particules, cadre théorique qui décrit les fermions et leurs interactions à l'aide des bosons (l'interaction gravitationnelle, qui est décrite par la relativité générale, conserve pour le moment un statut à part), les neutrinos s'insèrent parmi les fermions fondamentaux dont voici le classement à l'heure actuelle :

quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	soumis aux interactions faibles, fortes et électromagnétiques
leptons	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$	soumis aux interactions faibles et électromagnétiques

Néanmoins, on ignore encore certaines de leurs propriétés et notamment si leur masse est faible ou rigoureusement nulle (on sait par mesure directe que $m_{\nu_e} < 5 \text{ eV}$.)

L'hypothèse de neutrinos massifs, comme les autres leptons, de masses différentes et dont les états propres de masse sont différents des états propres d'interaction a pour conséquence un phénomène d'oscillations entre les différents types de neutrinos; ce phénomène fait l'objet de nombreuses expériences actuellement à travers l'étude des neutrinos et antineutrinos produits sur terre (centrales nucléaires, accélérateurs), mais aussi à travers l'étude des neutrinos atmosphériques et solaires.

Le Soleil, de par les réactions de fusion qui s'y produisent, est une source très importante de neutrinos et leur étude, en retour, est essentielle pour mieux comprendre le Soleil lui-même.

A cause du déficit observé dans les expériences de neutrinos solaires par rapport aux modèles, il est envisagé qu'il puisse aussi exister des oscillations de neutrinos

dans la matière. Les résultats des expériences futures de neutrinos solaires, notamment celles pouvant mesurer leur spectre, permettront d'aller plus en avant et dans la compréhension du Soleil et dans celle des neutrinos.

Nous examinerons successivement :

- Les oscillations de neutrinos dans le vide qui servent de cadre théorique à notre étude.
- Un exemple type de modèle standard du Soleil du point de vue de ses principes et de ses caractéristiques en tant que source de neutrinos. Nous donnerons un état récent du déficit observé expérimentalement du flux de ces neutrinos.
- L'amplification du phénomène d'oscillations dans la matière où l'existence d'une densité électronique modifie radicalement le facteur de mélange dans la transformation des sources de neutrinos; nous en tirerons les conséquences pour les neutrinos émis dans le Soleil avec les paramètres définis par le modèle standard choisi.
- Enfin, nous dirons quelques mots sur le projet HELLAZ et la connaissance de l'angle de mélange et de la différence de masse Δm^2 que nous pourrions en retirer par la mesure précise du spectre et du flux des neutrinos issus des réactions de la chaîne pp qui est à l'origine, pour l'essentiel, de l'énergie solaire.

1 Oscillations dans le vide

1.1 Calcul de la probabilité $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$

On suppose donc les neutrinos massifs, de masses différentes, et pour simplifier les calculs on ne considère que deux types de neutrinos ν_e et ν_α (α signifiant soit μ , soit τ).

On note ν_1 et ν_2 les états propres de masse m_1 et m_2 respectivement, d'énergie bien définie

$$E_i^2 = p^2 + m_i^2$$

dans un système d'unités où $\hbar = c = 1$.

Au cours du temps, pour ces deux états, on a

$$\nu_i(t) = \nu_i(0)e^{-iE_i t}$$

Comme toute combinaison linéaire d'états représente encore un état, on suppose que ν_e et ν_α sont tels que :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

où U est la matrice de mélange, θ l'angle de mélange.

Si U est diagonale, les états propres de masse sont les états de saveur et il n'y a pas de phénomène d'oscillations.

Un neutrino électron, qui est créé à $t = 0$, se trouve au bout du temps t dans l'état

$$\nu_e(t) = \cos \theta e^{-iE_1 t} \nu_1(0) + \sin \theta e^{-iE_2 t} \nu_2(0)$$

avec une probabilité d'être dans l'état de saveur ν_α donné par

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha) = |\langle \nu_\alpha(0) | \nu_e(t) \rangle|^2$$

soit, après calculs :

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{E_1 - E_2}{2}\right) t$$

A la limite ultra-relativiste

$$L = t, E \gg m_i \text{ donc } E_i = p + \frac{m_i^2}{2p}$$

d'où

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) \text{ en posant } \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 > 0$$

On obtient finalement la probabilité cherchée :

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)$$

Pour simplifier l'écriture, on la désignera désormais par P .

A E fixé, la longueur d'oscillation est

$$L_\nu = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$$

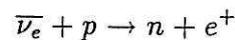
On mesure couramment L en mètres, E en MeV, Δm^2 en $(\text{eV})^2$. Avec ces unités :

$$P = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{1,27\Delta m^2 L}{E}\right) L_\nu = \frac{\pi E}{1,27\Delta m^2}$$

1.2 Conséquences sur les mesures en énergie des antineutrinos électrons

Les centrales nucléaires sont les sources les plus importantes d'antineutrinos sur terre; ils représentent 5% de la puissance totale libérée et le flux correspondant est de l'ordre de 10^{20} par seconde, pour un réacteur de 900 MW électrique.

La courbe en trait plein, figure 1.1, représente le spectre en énergie des antineutrinos issus d'une centrale détectés selon la réaction β inverse :



A titre d'exemple, pour L fixé à 15 m, nous avons choisi les paramètres $\Delta m^2 = 0,82$ et $\sin^2 2\theta = 10^{-1}$ et nous avons représenté en pointillé sur la figure 1.1, la courbe obtenue en multipliant ce spectre par la fonction de probabilité P obtenue au paragraphe 1.1 et représentée figure 1.2.

On voit dans ce cas une diminution significative du nombre des antineutrinos.

1.3 Les résultats de l'expérience du Bugey [2]

Il y avait trois détecteurs, placés à 15 m, 40 m et 90 m des réacteurs n° 4 et n° 5 de la centrale du Bugey, constitués par du liquide scintillant $C_9 H_{12}$ (pseudocumène) dopé au lithium.

La réaction β inverse d'un antineutrino électron avec les protons du pseudocumène produit un positron qui excite le milieu avec production de photons, et un neutron qui est absorbé environ 30 μs après son émission par un atome de ${}^6\text{Li}$ avec libération de 580 keV d'énergie visible. L'observation de ces deux phénomènes signe cette interaction. Le taux de détection était de 65 par heure.

L'expérience a permis de mesurer le spectre en énergie des positrons (figure 3). Comme $E_{\nu_e} = E(e^+) + 1,811 \text{ MeV}$ (les protons et les neutrons étant très massifs par rapport aux autres particules en jeu dans la réaction, on peut considérer que leur énergie cinétique est négligeable) on obtient alors le spectre des antineutrinos.

La comparaison, par la méthode du χ^2 , du spectre mesuré avec les spectres calculés avec la fonction de probabilité P pour différents couples $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$ a permis d'exclure, avec un niveau de confiance de 90 %, les valeurs du domaine situé à droite de la courbe représentée figure 1.4.

1.4 L'expérience de Chooz

Le détecteur, en construction actuellement, est situé à environ 1 000 m des deux réacteurs de 4 200 MW thermiques de Chooz.

La figure 1.5 représente un schéma de ce détecteur.

Il est protégé du rayonnement cosmique par une épaisseur de roches d'environ 100 m (300 m.w.e.).

Le volume fiduciel (zone 1 du schéma) est constitué par 4,9 tonnes de liquide scintillant dopé au gadolinium. Les zones 2 et 3 permettent un blindage actif contre le bruit de fond interne et externe.

La réaction de détection est aussi la réaction β inverse et environ 200 μs après le signal du positron, le neutron est capturé par un atome de Gd avec libération de 8 MeV sous forme de γ . Le taux de comptage sera de 0,5 à l'heure.

Comme le montre le terme d'oscillation dans l'expression de P , cette expérience permettra de descendre de plus d'un ordre de grandeur en Δm^2 .

1.5 Les neutrinos solaires

Comme $L = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$ (distance Soleil-Terre), l'étude des neutrinos solaires permet d'étudier un tout autre domaine de valeurs pour Δm^2 (de l'ordre de $10^{-11} - 10^{-10} (\text{eV})^2$).

D'autre part, l'étude de ces neutrinos est importante pour obtenir des informations sur le Soleil lui-même, notamment sur les mécanismes de production de son énergie, comme nous allons le voir au chapitre suivant avec l'étude d'un modèle standard du Soleil.

2 Le Soleil

2.1 Le modèle standard du Soleil

Nous avons suivi essentiellement la description de Bahcall dans Neutrino Astrophysics [3] qui est un classique du genre.

La première hypothèse sur laquelle repose le modèle est que la pression qui règne au sein du plasma qui constitue notre étoile équilibre l'effet de contraction dû à la gravitation. Cet équilibre se traduit par l'équation :

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{GM(r)}{r^2}$$
$$\left(\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \right)$$

où p est la pression, ρ la densité, G la constante de la gravitation, $M(r)$ la masse dans une sphère de rayon r .

La pression, qui empêche l'étoile de s'effondrer, est contrôlée par des réactions thermonucléaires qui dégagent leur énergie sous forme de γ (l'interaction gravitationnelle permettant de maintenir la température, très élevée, nécessaire au processus de fusion) : c'est la deuxième hypothèse fondamentale du modèle.

Il y a deux types de processus qui fournissent l'énergie solaire : la chaîne pp et la chaîne CNO.

Pour le Soleil, qui n'est pas une étoile très massive, la chaîne de réactions pp (représentée figure 2.1) fournit 98,4 % de l'énergie solaire.

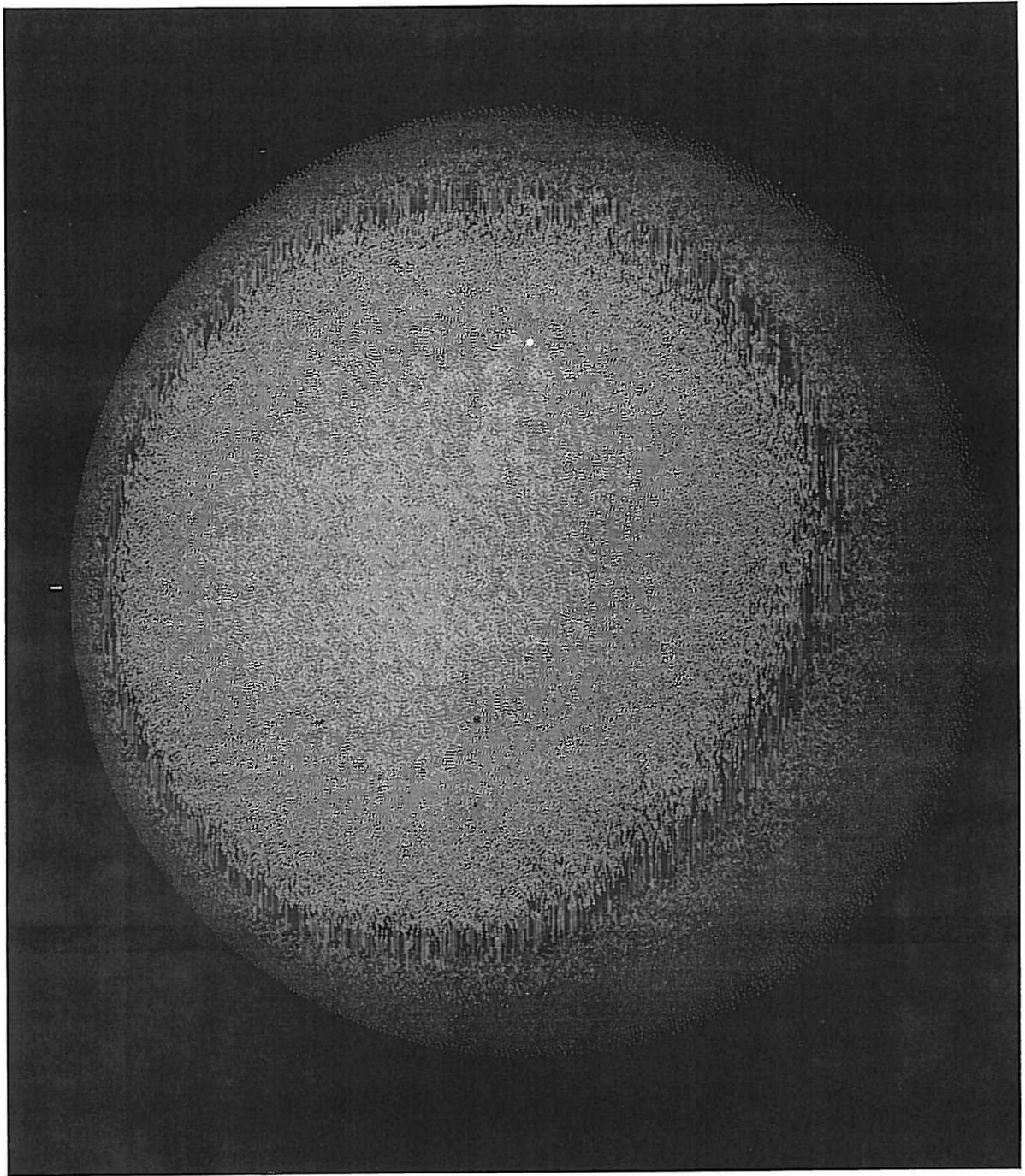
L'énergie libérée par les réactions nucléaires est transmise sous forme radiative jusqu'à une distance de 0,9 R_s environ ($R_s = 7 \cdot 10^5$ km étant le rayon solaire) et sous forme convective sur les derniers 500 000 kilomètres. Les équations de propagation de la température s'écrivent :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{3}{4ac} \times \frac{k\rho}{T^3} \times \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$
$$\frac{dT}{dr} = -\frac{T}{p} \times \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \times \frac{dp}{dr}$$

où a la constante de Stephen-Boltzmann, c la vitesse de la lumière, k l'opacité, γ le rapport des chaleurs spécifiques de la matière solaire c_p/c_v et $L(r)$ la luminosité à une distance r du centre du soleil.

La conservation locale de l'énergie permet d'écrire en outre que :

$$\frac{dL}{dr} = \rho(4\pi r^2) \left(\epsilon_n - T \frac{dS}{dt} \right)$$



où $\epsilon_n(r)$ est l'énergie libérée par les processus nucléaires par gramme et par seconde et $-T(dS/dt)$ la variation d'énergie mécanique (pour le soleil actuellement $T(dS/dt) \ll \epsilon_n$).

Pour pouvoir résoudre ces équations d'évolution, il faut tout d'abord se donner les équations :

$$P = P(\rho, T, X, Y)$$

$$k = k(\rho, T, X, Y)$$

$$\epsilon_n = \epsilon_n(\rho, T, X, Y)$$

où X et Y sont les abondances respectives en hydrogène et en hélium.

Un autre paramètre important est la composition, notée Z , en éléments lourds ($X + Y + Z = 1$). En effet, en faisant les hypothèses supplémentaires que la composition chimique du soleil était homogène à son origine et que les réactions nucléaires dans la zone convective sont négligeables par rapport à celles qui se produisent plus près du centre du soleil où la température est plus élevée, on peut considérer que la composition actuelle en éléments lourds reflète la composition initiale.

On donne une valeur initiale des paramètres $\rho, T, X (Y = 1 - X - Z)$ et S et la résolution des équations se fait ensuite par étapes ce qui permet de prendre en compte la modification de la composition due aux réactions nucléaires et les variations d'autres paramètres. Après ces itérations successives, le modèle doit être compatible avec les conditions aux limites que sont la masse, le rayon, la luminosité et l'âge du soleil qui sont estimés actuellement :

$$L_s = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$R_s = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$\text{Age} = 4,55 \cdot 10^9 \text{ années}$$

Le gradient de température, la densité électronique et la production des différents neutrinos dans le Soleil sont représentés figures 2.2, 2.3, 2.4.

Il est à noter que la mesure des modes de vibration acoustique du soleil est en très bon accord avec ce type de modèle.

2.2 Spectre des neutrinos dans le modèle standard du soleil

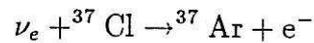
Le spectre en énergie des neutrinos calculé par Bahcall, pour les différentes réactions nucléaires est représenté figure 2.5.

L'essentiel des neutrinos émis sont des neutrinos pp (il y en a environ $6 \cdot 10^{10}$ qui arrivent sur Terre par cm^2 et par seconde). Leur flux dépend en fait peu du modèle choisi car il est directement lié à la luminosité du Soleil.

2.3 Présentation des expériences de mesure des neutrinos solaires

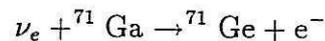
On ne parlera ici que de quatre expériences qui mesurent actuellement le nombre de neutrinos solaires.

- L'expérience de DAVIS, au Dakota, est la plus ancienne (1970). Son détecteur est une cuve de 615 tonnes de C_2Cl_4 . Il permet de mettre en évidence les neutrinos solaires par la réaction :



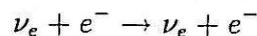
et de détecter ceux dont l'énergie est supérieure à $E_{th} = 0,8 \text{ MeV}$.

- GALLEX, située en Italie et SAGE, située en Russie, sont deux expériences utilisant le gallium pour détecter les neutrinos solaires. GALLEX utilise 30 tonnes de liquide $\text{GaCl}_3\text{-HCl}$ comme cible alors que SAGE utilise 60 tonnes de gallium sous forme métallique. La réaction de détection s'écrit :

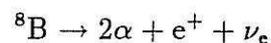


et se produit pour des neutrinos d'énergie supérieure à $E_{th} = 0,2 \text{ MeV}$.

- KAMIOKANDE, située au Japon, utilise une cuve de 3000 tonnes d'eau ultra pure comme cible. Les neutrinos sont détectés grâce à l'effet Čerenkov produit par les électrons de recul lors de la collision :



L'énergie seuil de cette expérience est élevée : $E_{th} = 7,5 \text{ MeV}$. Elle mesure donc essentiellement les neutrinos émis dans la transformation du bore (voir figure 2.1 et 2.5) selon la réaction :



2.4 Résultats

Voici des résultats récents de ces expériences, le modèle standard de comparaison étant celui de Bahcall et Pinsonneault (Réf. Science du 6 janvier 1995) :

Expérience	nombre mesuré	nombre standard
DAVIS	$2,32 \pm 0,26$ SNU	8 ± 1
GALLEX et SAGE	78 ± 10 SNU	132 ± 7
KAMIOKANDE	$2,9 \pm 0,4$	$5,7 \pm 0,8$

1 SNU = 10^{-36} captures par atome cible par seconde, les unités pour Kamiokande étant de $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Quelle que soit l'expérience, on voit que le nombre total de neutrinos mesuré est inférieur à celui calculé par le modèle standard. Face à ce problème, plusieurs explications sont possibles.

Soit le modèle standard du soleil ne prévoit pas correctement les flux des neutrinos (plusieurs modèles non standards ont été proposés), soit ce déficit est dû aux neutrinos eux-mêmes : il est possible qu'une partie des neutrinos solaires aient un retournement d'hélicité dans le soleil à cause d'une variation du champ magnétique, et qu'on ne les détecte donc pas (neutrinos stériles). Il est aussi possible que les paramètres Δm^2 , $\sin^2(2\theta)$ et la position de la Terre par rapport au Soleil permettent d'observer le phénomène d'oscillations dans le vide; la figure 2.6 représente les zones permises dans le plan $(\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$ obtenues dans ce cas par les quatre expériences de neutrinos solaires ci-dessus (on obtient des contours d'inclusion car les expériences mesurent effectivement un déficit).

Ici, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à un autre phénomène possible mis en évidence dans les années 80 par Mikhaiev, Smirnov et Wolfenstein : les oscillations dans la matière. Ce modèle, comme on le verra au chapitre suivant, implique une transformation importante des neutrinos électrons même si $\sin^2(2\theta)$ est petit et pour des Δm^2 de l'ordre de 10^{-6} (eV)^2 .

3 Les oscillations dans la matière

3.1 Equations régissant l'évolution de ν_e et ν_α dans la matière

Rappelons rapidement ce que nous avons vu au chapitre 1 :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

et

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2p} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

A partir de ces deux équations, on obtient celles régissant l'évolution des états de saveurs

$$i \frac{d}{dt} U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U M \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

donc

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix} = U M U^{-1} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix}$$

ce qui donne après soustraction d'une phase commune:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\cos 2\theta \Delta m^2}{2p} & \frac{\sin 2\theta \Delta m^2}{4p} \\ \frac{\sin 2\theta \Delta m^2}{4p} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix}$$
$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix}$$

Lorsqu'on s'intéresse non plus à la propagation des neutrinos dans le vide mais dans la matière, il y a un terme supplémentaire dans le coefficient A_{11} traduisant l'interaction des neutrinos électrons avec les électrons du milieu par courant chargé:

$$A_{11} = -\frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2p} + \sqrt{2}G_F \rho_e$$

où G_F est la constante de Fermi, ρ_e la densité électronique dans le milieu.

3.2 Probabilité $P = P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ à ρ_e constant

La probabilité P , obtenue après résolution du système différentiel

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\alpha \end{pmatrix}$$

s'écrit

$$P = 1 - \sin^2 2\theta_m \sin^2 \frac{\pi}{L_m} L$$

avec

$$\sin^2 2\theta_m = \frac{\sin^2 2\theta}{\sin^2 2\theta + (\cos 2\theta - \frac{L_\nu}{L_0})^2}$$

et

$$L_m = \frac{L_\nu}{(\sin^2 2\theta + (\cos 2\theta - \frac{L_\nu}{L_0})^2)^{1/2}}$$

où $L_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}G_F \rho_e}$ est une longueur propre à la matière,

et $L_\nu = \frac{4\pi E_{\nu_e}}{\Delta m^2}$ est la longueur d'oscillation dans le vide.

Pour $\frac{L_\nu}{L_0} = \cos 2\theta$, $L_m = \frac{L_\nu}{\sin 2\theta}$ et $\sin^2 2\theta_m = 1$, on obtient des oscillations de grande amplitude : c'est le phénomène de résonance.

La condition de résonance $\frac{L_\nu}{L_0} = \cos 2\theta$ s'écrit encore

$$\frac{E}{\Delta m^2} = \frac{\cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F} \frac{1}{\rho_e^{\text{res}}}$$

Avec les unités habituelles : E en MeV, Δm^2 en $(\text{eV})^2$ et ρ_e en unités d'Avogadro, on a

$$\frac{E}{\Delta m^2} = 0,7 \cdot 10^7 \frac{\cos 2\theta}{\rho_e^{\text{res}}}$$

3.3 Condition d'adiabaticité

Comme

$$\frac{L_v}{L_0 \cos 2\theta} = \frac{\rho_e}{\rho_e^{\text{res}}}$$

on peut écrire

$$\sin^2 2\theta_m = \frac{\tan^2 2\theta}{\tan^2 2\theta + \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_e^{\text{res}}}\right)^2}$$

La figure 3.1 représente cette fonction calculée à titre d'exemple pour $\sin^2 2\theta = 0,2$, $\rho^{\text{res}} = 15,6$ et lorsque ρ_e est modélisée par la fonction $\rho_e = \rho_c e^{-\frac{r}{r_0}}$ qui représente les variations de densité électronique dans le soleil (voir figure 2.3).

$\rho_c = 115$ est la densité au centre, $r_0 = \frac{R_s}{10} = 70\,000$ km

La condition $\sin^2 2\theta_m \geq \frac{1}{2}$ définit un intervalle de densité résonnant :

$$2\Delta\rho_{\text{res}} = 2\rho_{\text{res}} \tan 2\theta$$

Pour le soleil, $\left|\frac{d\rho}{dr}\right| = \frac{\rho}{r_0}$, $\Delta\rho = \frac{\rho}{r_0}$, ce qui permet de définir la largeur de résonance

$$\Delta' = 2\Delta r_{\text{res}} = 2r_0 \frac{\Delta\rho_{\text{res}}}{\rho_{\text{res}}}$$

$$\Delta' = 2r_0 \tan 2\theta$$

Localement, lorsque ρ varie et qu'il existe une densité résonnante

$$\rho_{\text{res}} = 0,7 \cdot 10^7 \frac{\cos 2\theta \Delta m^2}{E}$$

la notion de résonance ne conserve un sens que si $L_{m,\text{res}} \ll \Delta'$. C'est-à-dire si la longueur d'oscillation (maximum à la résonance) peut se développer dans la zone spatiale (Δ') où l'amplitude est suffisamment grande. Cette formule, $L_{m,\text{res}} \ll \Delta'$, exprime la condition d'adiabaticité à la résonance ; l'adiabaticité exprimant que la variation de densité est suffisamment lente par rapport à la longueur d'oscillation.

Pour le soleil, comme $\rho_c = \rho_{\text{max}}$, on ne peut définir de densité résonnante que pour

$$\frac{E}{\Delta m^2} > \frac{0,7 \cdot 10^7 \cos 2\theta}{\rho_c}$$

et la condition d'adiabaticité s'écrit

$$L_{m_{res}} \ll 2r_0 \tan 2\theta$$

$$\frac{4\pi E}{\Delta m^2} \ll 2r_0 \tan 2\theta \sin 2\theta$$

soit en unités habituelles $E/\Delta m^2 \ll 0,8 r_0 \tan 2\theta \sin 2\theta$

3.4 Probabilité $P = P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ à ρ_e variable. Effet MSW [4], [5]

La probabilité obtenue après résolution des équations de propagation est une fonction oscillante mais comme l'amplitude des oscillations reste faible, nous ne nous sommes intéressés qu'à la valeur moyenne \bar{P} .

3.4.1 \bar{P} dans le cas adiabatique

L'expression de \bar{P} est obtenue en supposant les conditions suivantes satisfaites:

- $\rho_e(r)$ est une fonction suffisamment régulière (de classe C') et décroissante (de ρ_{max} à $\rho_{min} = 0$)
- il existe une valeur de résonance ρ_{res} définie par

$$\frac{E}{\Delta m^2} = \frac{\cos 2\theta \times 0,7 \cdot 10^7}{\rho_{e res}}$$

entre ρ_{max} et ρ_{min}

- la condition d'adiabaticité est vérifiée $L_{m_{res}} \ll \Delta'$.

Elle est alors donnée par :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_i}{\sqrt{n_i^2 + 1}} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} \right)$$

où $n(r) = \frac{\rho(r) - \rho_{res}}{\Delta \rho_{res}}$ mesure le nombre d'épaisseurs en densité qui séparent le neutrino électron à une distance r donnée de la densité résonante, et $n_i = n(r_i) = \frac{\rho(r_i) - \rho_{res}}{\Delta \rho_{res}}$, r_i étant la distance à laquelle le neutrino électron est créé.

La figure 3.2 représente \bar{P} calculée pour $\sin^2 \theta = 0,05$, $\frac{E}{\Delta m^2} = 4 \cdot 10^5$ et lorsque les neutrinos considérés sont des neutrinos solaires, c'est-à-dire se propageant dans le soleil où l'on a choisi $\rho_e = \rho_c e^{-r/r_0}$ pour représenter les variations de densité

électronique. On a supposé pour simplifier que les neutrinos étaient émis au centre du soleil (voir la figure 2.3).

$$n_i = \frac{\rho_c - \rho_{\text{res}}(E/\Delta m^2)}{\Delta \rho_{\text{res}}(E/\Delta m^2)} \text{ avec } \rho_{\text{res}} = 15,6 = \frac{0,7 \cdot 10^7 \cos 2\theta}{\frac{E}{\Delta m^2}}$$

$$\text{Comme } \rho_c \gg \rho_{\text{res}} \text{ alors } \frac{n_i}{\sqrt{n_i^2 + 1}} \simeq 1$$

$$\text{donc } \bar{P} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} \right)$$

$$\text{Pour } n = 0, \bar{P} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Pour } \rho(r) \rightarrow \rho_c \quad n(r) \simeq n_i \text{ et } \bar{P} \simeq 1.$$

Pour $\rho(r) \rightarrow 0$, donc à la sortie du soleil,

$$n = -\frac{1}{\tan 2\theta}$$

$$\frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} = -\cos 2\theta$$

et

$$\boxed{\bar{P} \simeq \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) = \sin^2 \theta}$$

Donc une fois traversée la zone de résonance, une partie significative des neutrinos électrons tels que $\frac{E}{\Delta m^2} = 4 \cdot 10^5$ se transforment en ν_α , la condition d'adiabaticité étant satisfaite :

$$\frac{0,7 \cdot 10^7 \cos 2\theta}{\rho_c} < 4 \cdot 10^5 \ll 0,8 r_0 \tan 2\theta \sin 2\theta$$

3.4.2 \bar{P} dans le cas non adiabatique.

Lorsque la condition d'adiabaticité $\frac{E}{\Delta m^2} \ll \frac{r_0 \tan 2\theta \sin 2\theta}{2\pi}$ n'est plus vérifiée, la résolution des équations donne

$$\bar{P} = P_x \cos 2\theta$$

$$\text{où } P_x = e^{-\frac{\pi \sin 2\theta \tan 2\theta r_0 \Delta m^2}{4E}}$$

Ce terme représente l'effet Landau Zenner, dont le calcul suppose que la densité varie linéairement avec la distance. On peut consulter avec intérêt le calcul exhaustif, effectué d'autre façon par S. T. Petcov [6].

3.4.3 Variations de \bar{P} en fonction de $\frac{E}{\Delta m^2}$ pour des neutrinos se propageant dans le soleil

Nous avons finalement tracé, figure 3.3 $\bar{P} = \sin^2 \theta + P_x \cos 2\theta$ en fonction de $\frac{E}{\Delta m^2}$ pour $\sin^2 2\theta = 0,01$.

La forme de la probabilité est très différente de celle du vide. La première partie de la courbe ($\frac{E}{\Delta m^2} < 6,3 \cdot 10^4$) correspond aux électrons neutrinos pour lesquels la densité résonnante ne peut pas être atteinte dans le soleil car $\frac{E}{\Delta m^2}$ est trop petit. La deuxième partie ($6,3 \cdot 10^4 < \frac{E}{\Delta m^2} < 10^6$) correspond aux neutrinos électrons qui ont traversé la résonance et que l'on ne retrouve sous forme de neutrinos électrons qu'avec une probabilité de $\sin^2 \theta$.

La remontée ($\frac{E}{\Delta m^2} > 10^6$) est due au terme P_x qui n'est plus négligeable, la condition d'adiabaticité n'étant plus satisfaite.

Ce type de probabilité permettrait d'expliquer les déficits observés dans les expériences de neutrinos solaires.

3.5 Oscillations dans la matière et mesures expérimentales

La figure 3.4 représente les contours d'inclusion dans le plan $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$, obtenus à partir des quatre expériences de neutrinos solaires décrites au 2.4., tels qu'ils sont calculés par P. Langacker [7]

On retrouve le domaine d'adiabaticité (parties horizontales) et le domaine de non adiabaticité (parties diagonales). Les différentes courbes sont décalées car les expériences mesurent les neutrinos dans des tranches d'énergie différentes.

4 Hellaz

4.1 Description de l'expérience

L'expérience Hellaz [8] [9] est prévue au Gran Sasso. Le détecteur, une chambre à projection temporelle, serait constitué par 2 000 m³ d'hélium gazeux (90 %) et de H₂ ou CH₄ (10 %) maintenus à la température de l'azote liquide (77 K) et sous une pression de 5 bars. Il est représenté figure 4.1.

La détection des neutrinos solaires se fait par diffusion élastique sur les électrons de la cible :

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^- \quad (1)$$

L'électron de recul ionise le milieu. Une image de sa trace peut être reconstituée en collectant les électrons de l'ionisation, grâce à un champ électrique appliqué parallèlement à z , sur des détecteurs permettant de repérer leurs coordonnées x, y et placés à chaque extrémité de la cuve.

L'angle de la trace avec le plan XY est déterminé à partir du temps mis par les électrons pour arriver au plan de détection.

A partir de ces données, on trouve l'énergie de l'électron de recul, sa direction et connaissant la position du soleil, on en déduit l'énergie du neutrino.

Le seuil en énergie est : $E_{th} = 220$ keV, et la précision (σ_E/E_ν) varie entre 3 % et 7 % pour $220 \text{ keV} < E_\nu < 420 \text{ keV}$ (donc pour les neutrinos pp détectés par l'expérience).

Nous donnons en annexe un élément d'appréciation portant sur le blindage qui est un des éléments essentiels dans ce type d'expérience.

Tous les types de neutrinos interagissent selon (1) mais les sections efficaces, courant chargé et courant neutre pour le neutrino électron, courant neutre pour le neutrino μ et τ , sont différentes. La théorie de l'interaction faible donne :

$$\frac{d\sigma}{dT} = \left(\frac{\sigma_0}{m_e} \right) \left\{ g_L^2 + g_R^2 \left(1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 - \frac{g_L g_R m_e T}{E_\nu^2} \right\}$$

où m_e est la masse de l'électron, T son énergie cinétique

$$\text{et } \sigma_0 = 8,77 \cdot 10^{-45} \text{ cm}^2$$

$$g_L = 0,73 \text{ pour un neutrino électron}$$

$$g_L = -0,27 \text{ pour neutrino muon ou tau}$$

$$g_R = 0,23$$

C'est ce qui permettra de calculer le facteur de mélange $f = n(\nu_\alpha)/(n(\nu_e) + n(\nu_\alpha))$, ainsi que le flux des neutrinos solaires incidents, à partir des mesures.

4.2 Courbes d'isoprobabilité \bar{P} pour les neutrinos pp et les neutrinos de béryllium.

Le flux et le spectre des neutrinos pp est bien déterminé par la mesure de paramètres tels que la luminosité et dépend peu de la modélisation de l'astre du jour.

Le flux et le spectre des neutrinos d'énergie correspondante, mesurés avec la précision que permet Hellaz et dont la direction, l'origine solaire, est également prise en compte, permet à travers les sections efficaces (2) de calculer le facteur de mélange f .

La connaissance de ce facteur donne la mesure de la transformation entre les ν_e produits dans la partie interne du soleil et les ν_α d'autre sorte.

Nous avons voulu conclure ce travail par le calcul des courbes d'isoprobabilité déduites de l'effet MSW, pour les neutrinos pp ; nous avons pris en compte la distribution de leurs points d'origine (figure 2.4), qui associée à la densité correspondante (figure 2.3), et au spectre en énergie (figure 2.5), détermine la probabilité de transformation des ν_e créés dans les réactions de fusion, et nous pourrions comparer cette probabilité au paramètre $1 - f$ mesuré par Hellaz.

Les courbes relatives au spectre en énergie (neutrinos émis au centre du soleil) sont représentées en fig 4.2, celles relatives à la distribution spatiale ($E_\nu = 300$ keV) en fig.4.3, et le résultat combiné en fig 4.4

Nous pouvons remarquer que :

- Une interprétation dans le cadre d'oscillation dans le vide est toujours possible.
- Bien que la raie du béryllium soit dans Hellaz mesurée avec une précision moindre le même type de comparaison peut être fait.
- Si le paramètre f s'avère être proche de zéro, ce qui correspond à une valeur de \bar{P} proche de 1, une grande précision de calcul sera nécessaire pour les solutions de l'équation fondamentale (par. 3.1).
- Enfin, et c'est là une hypothèse courante dans la littérature, l'examen des contours d'isoprobabilité pour les neutrinos pp et Be (fig. 4.4 et 4.5) conjointement avec le domaine d'intersection tiré des différentes expériences (solution à petit $\sin^2 2\theta$, fig 3.4) conduit à la possibilité d'une forte atténuation de la raie du béryllium.

Conclusion

Nous avons donc vu que si les neutrinos ont une masse non nulle et des masses différentes, ils peuvent osciller dans le vide.

Nous avons présenté ensuite un modèle standard du soleil et certaines de ses caractéristiques notamment les spectres et les flux des neutrinos qui en résultaient. Etant donné les résultats des expériences qui montrent un déficit de neutrinos solaires par rapport au modèle standard, nous nous sommes placés dans un des schémas théoriques possibles : l'effet MSW. Nous avons étudié certaines de ses conséquences sur les résultats à venir de l'expérience d'Hellaz sur les neutrinos pp et du béryllium.

On a vu que l'expérience du Bugey qui étudiait les oscillations de neutrinos dans le vide a permis d'explorer des Δm^2 jusque vers 10^{-2} et que Chooz permettra de descendre jusque vers des Δm^2 de l'ordre de 10^{-3} .

Dans le cadre de l'hypothèse MSW, les expériences de neutrinos solaires permettent d'explorer des Δm^2 entre 10^{-9} et 10^{-4} environ, l'intersection des courbes obtenues par les quatre expériences qui ont été décrites permettant de situer Δm^2 entre environ $3 \cdot 10^{-6}$ et 10^{-5} et $\sin^2 2\theta$ entre $2 \cdot 10^{-3}$ et 10^{-2} .

Enfin dans l'hypothèse d'oscillations dans le vide, pour les neutrinos solaires, les Δm^2 sont de l'ordre de 10^{-10} .

Hellaz est une expérience qui permettra de mesurer précisément le spectre des neutrinos pp , spectre quasiment indépendant des modèles, et celui des neutrinos du béryllium. Nous aurons ainsi une mesure directe de l'activité du centre de notre bonne étoile. On peut s'attendre, comme nous l'avons vu au chapitre 4, à une faible modification du spectre des neutrinos pp et à une diminution très importante des neutrinos du béryllium.

Les mesures précises de cette expérience permettront de mieux cerner les paramètres de masse et de mélange des neutrinos.

Annexe

Dans toutes les expériences à bas taux de comptage, le rejet du bruit de fond est essentiel.

Dans Hellaz il est constitué par des électrons de quelques centaines de keV; l'existence de neutrons issus de la roche ou de la cuve peut induire des événements de ce type.

A cet effet, deux blindages anti-neutrons, l'un externe à la cuve en acier, l'autre interne, et un blindage en blocs de CO₂ sont prévus (figure 1).

Les multi-comptons sont rejetés dans une deuxième étape et un rôle essentiel est joué par la reconstruction cinématique de l'énergie du neutrino, tenant compte de la connaissance de la position du soleil suivant

$$E_\nu = \frac{m_e T}{p \cos \theta - T}$$

où m_e est la masse de l'électron, p son impulsion, T son énergie cinétique.

Nous allons donner un simple exemple de l'efficacité du blindage anti-neutron interne à la cuve. Ces neutrons donnent par capture sur les noyaux d'hydrogène mélangé à l'hélium de la TPC un γ de 2,2 MeV qui peut créer des électrons de bruit de fond.

Nous avons utilisé pour simuler les neutrons un Monte Carlo basse énergie, inséré dans le programme général du CERN, GEANT.

Le programme qui suit le neutron pas à pas à pour caractéristiques essentielles :

- le ralentissement du neutron par collisions élastiques
- la distribution de Maxwell à l'énergie thermique
- les sections efficaces qui couvrent le domaine (1 MeV, 10 MeV) sont prises dans la compilation de B.N.L.[10]

Nous représentons en figure 4.6 le nombre de neutrons capturés dans la TPC pour 10 000 neutrons produits par radioactivité dans la cuve en acier, en fonction de l'épaisseur du blindage interne; nous donnons en figure 4.7 la répartition des points de capture de ces neutrons, en projection dans le plan XY .

REFERENCES

1. F. Reines, C. Cowan. *Detection of the free neutrino*. Phys. Rev. 92 p. 830 1953.
2. Y. Declais et al. *Search for neutrino oscillation at 15-meters, 40-meters, 95-meters from a nuclear power plant at Bugey*. Nucl. Phys. b434 p. 503 1995.
3. J. N. Bahcall. *Neutrino Astrophysics*. Cambridge University Press 1989
4. S.P. Mikheev, A. Yu. Smirnov. *Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*. Sov. J. Nucl. Phys. 42(6) 1985.
5. S.P. Mikheev, A. Yu. Smirnov. *Neutrino oscillation in a variable density medium and ν -bursts due to gravitational collapse of stars*. JEPT 64(1) 1986.
6. S.T. Petcov. *exact analytic description of two neutrino oscillation in matter with exponentially varying density*. Phys. Lett. B 200(3) 1988.
7. Internet <http://dept.phys.upenn/ www/neutrino/solar.html>
8. J. Séguinot et al. *HELLAZ : A high rate solar neutrino detector with neutrino energy determination*. CERN-LAA /94-19 et LPC 9428
9. J. Séguinot et al. *Flavor and flux determination of the pp solar neutrinos via $\nu_e e$ elastic scattering*. LPC 9508 Collège de France IN2P3 Paris.
10. V. McLane, C. L. Dunford, P. F. Rose. *Neutron cross sections*. Academic Press 1988.

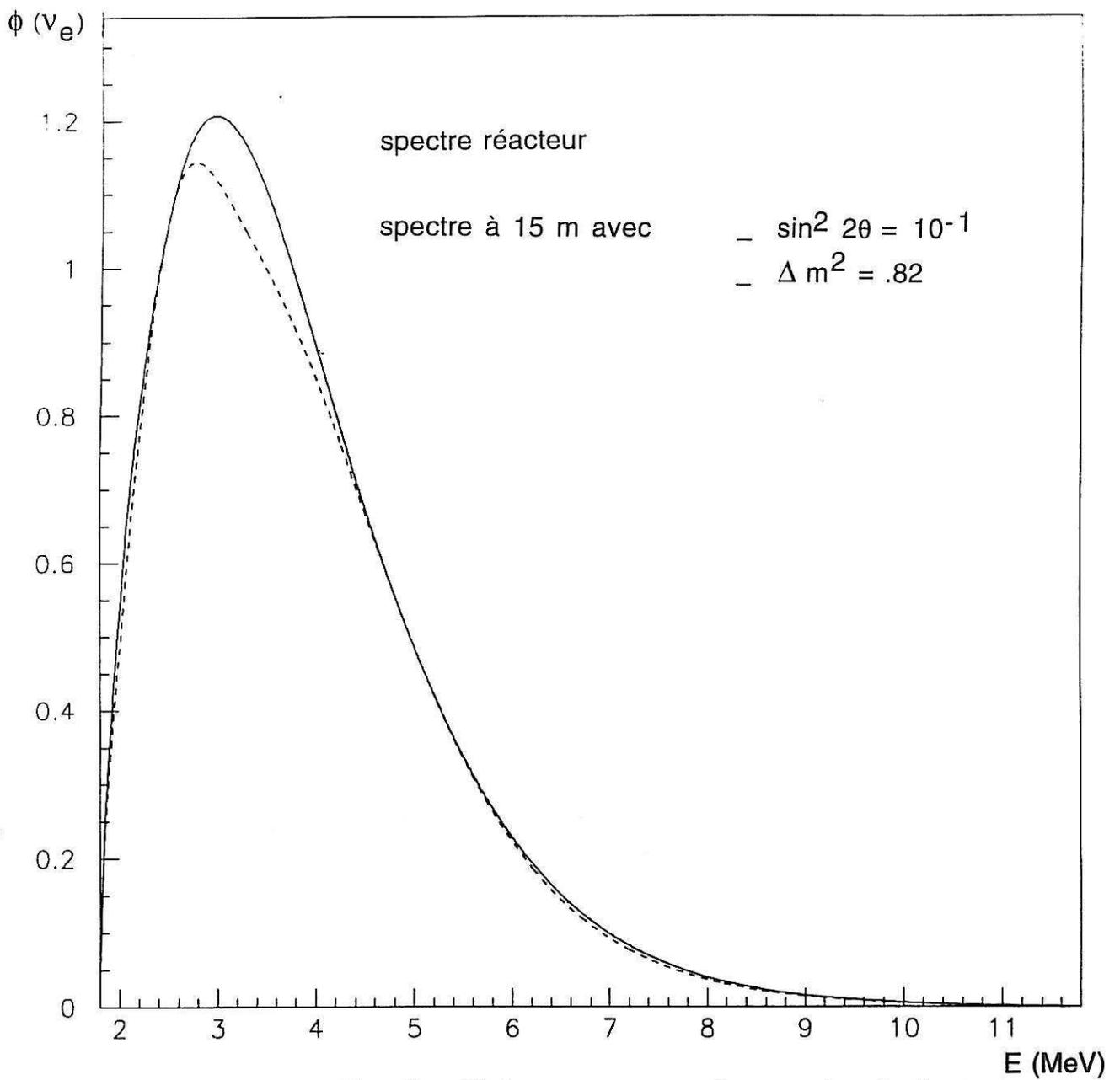


Fig. 1.1 Effet d'oscillation sur un spectre ν_e de réacteur

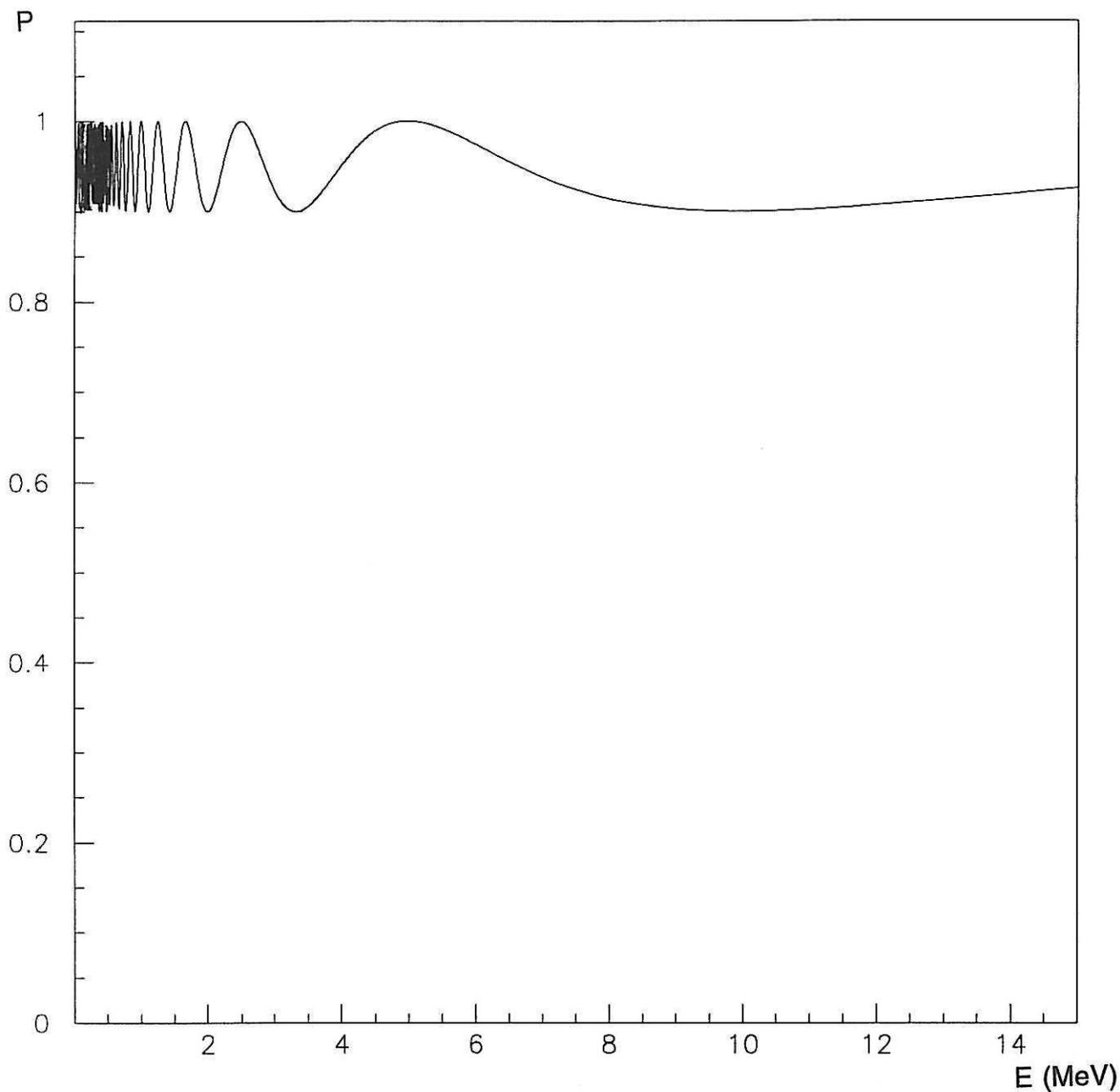


Fig. 1.2 Probabilité P à 15 m ($\sin^2 2\theta = 10^{-1}$, $\Delta m^2 = .82$)

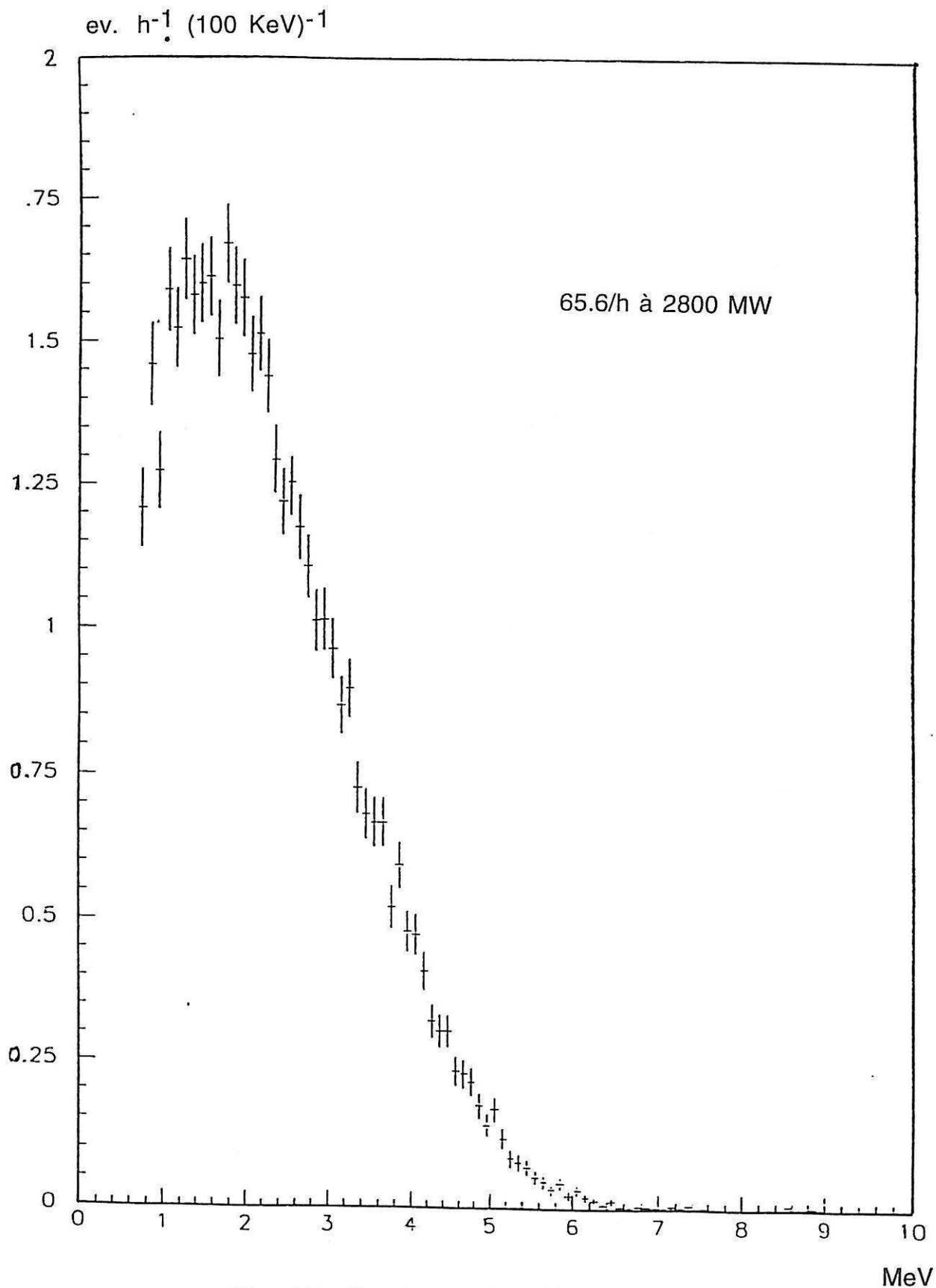


Fig. 1.3 Spectre en énergie du positron mesuré
(puissance du réacteur 1840 MW)

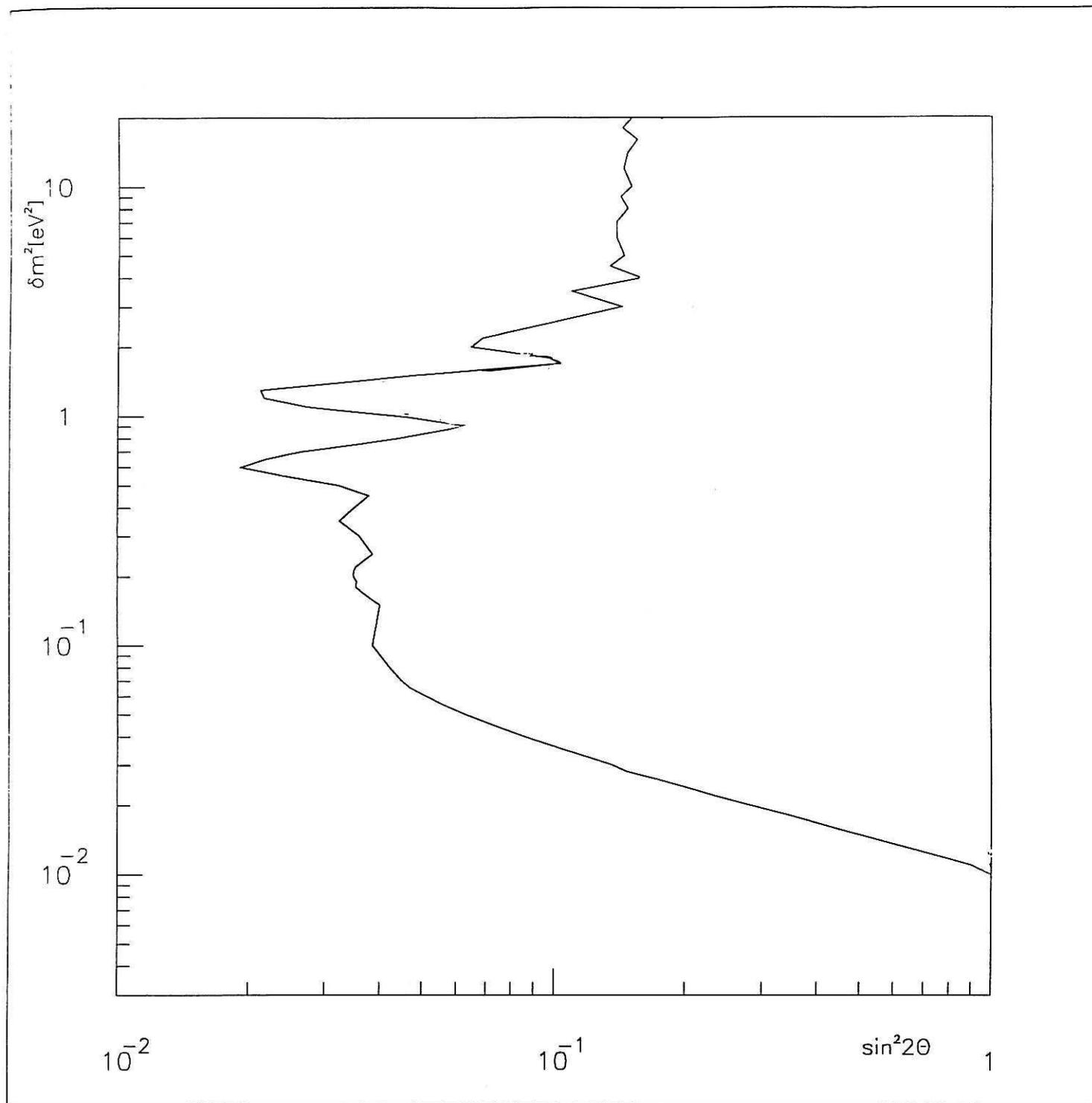


Fig. 1.4 Contour final d'exclusion de l'expérience du Bugey

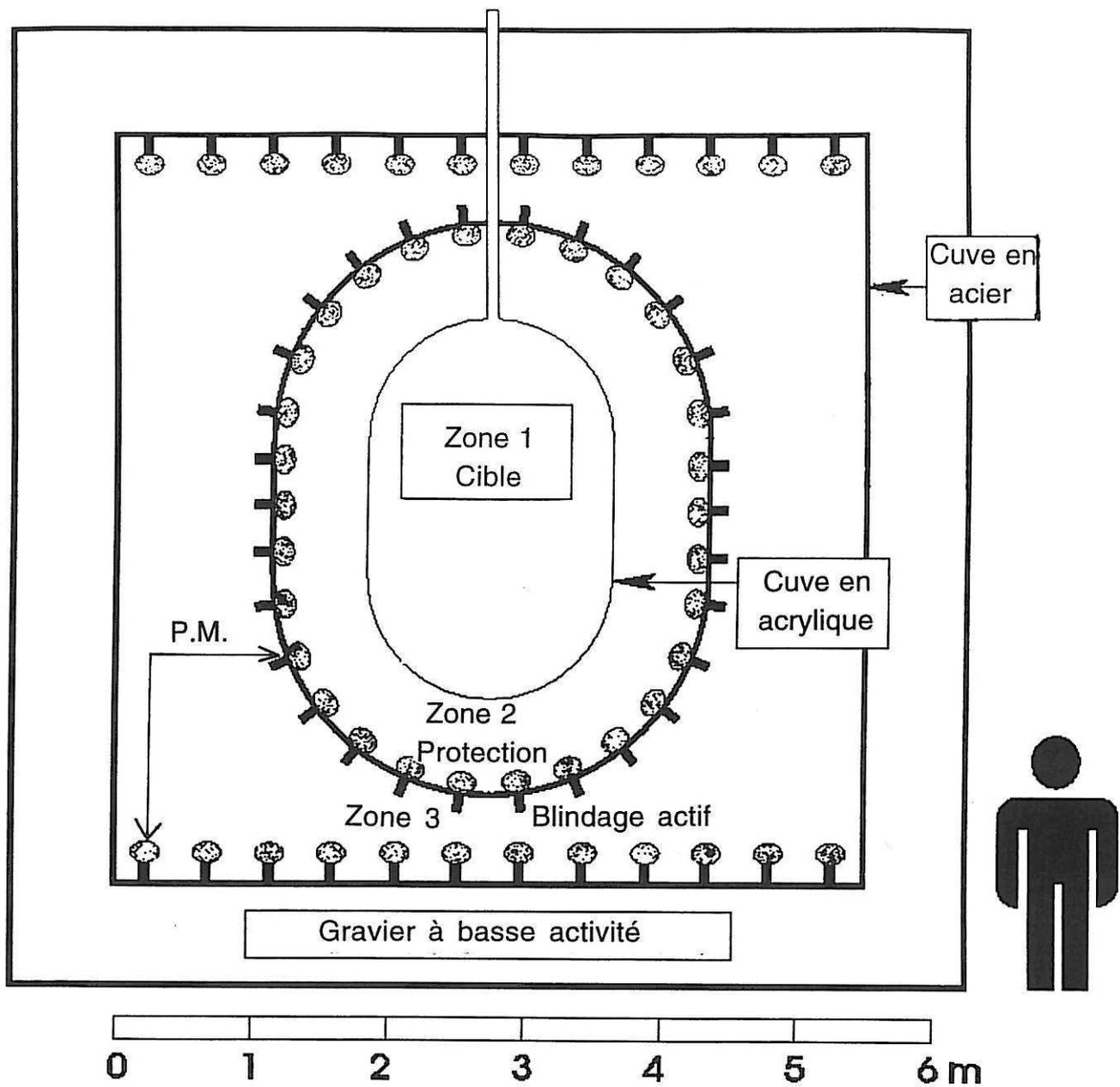


Fig. 1.5 Schéma du détecteur de Chooz

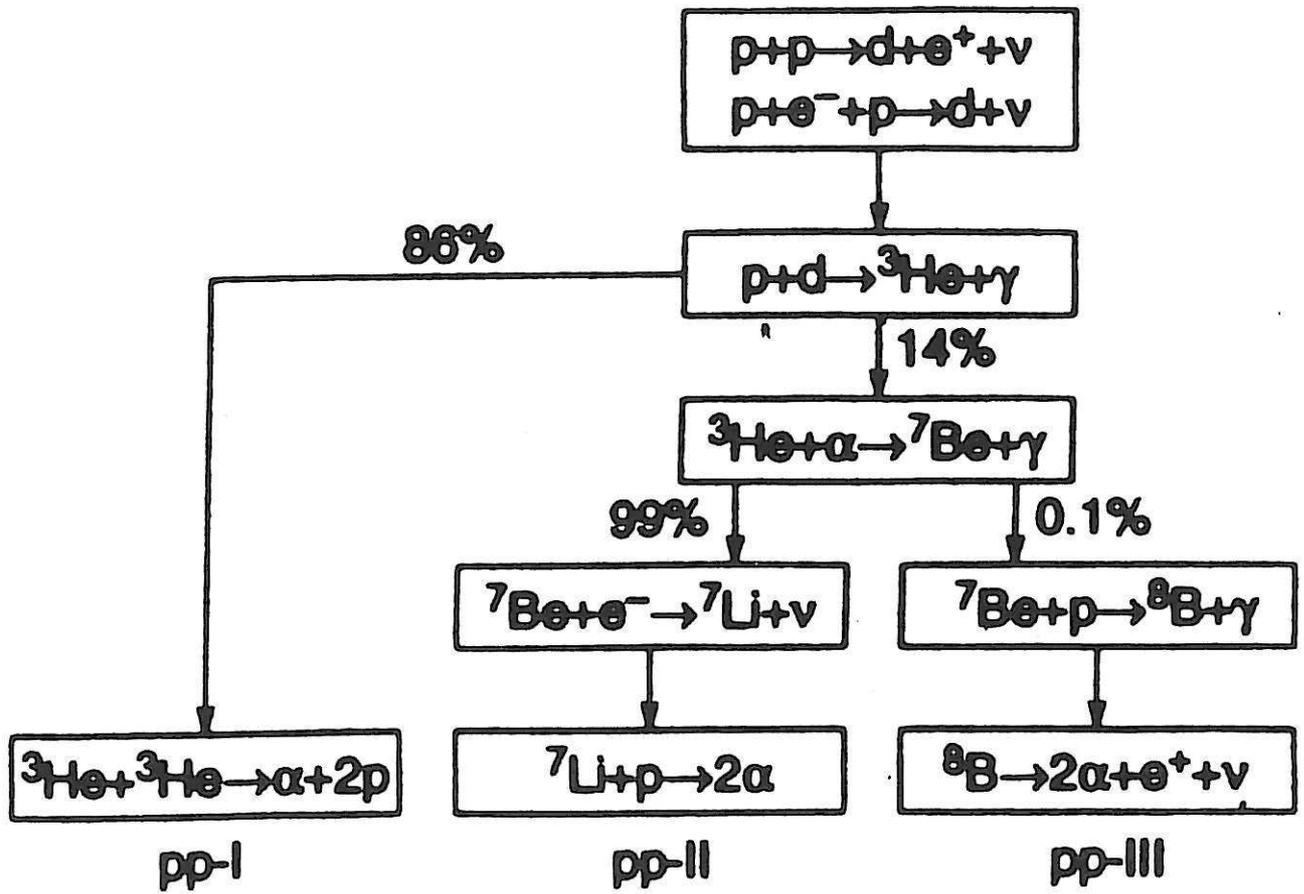


Fig. 2.1 Neutrinos : Chaînes p p

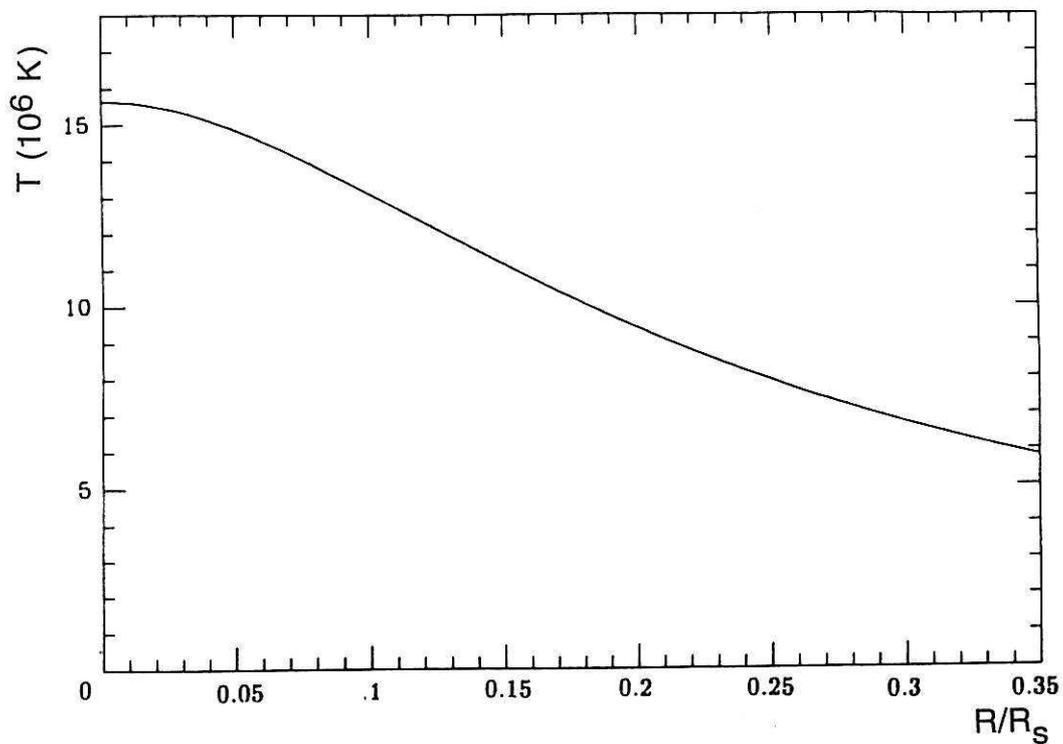


Fig. 2.2 Distribution en température

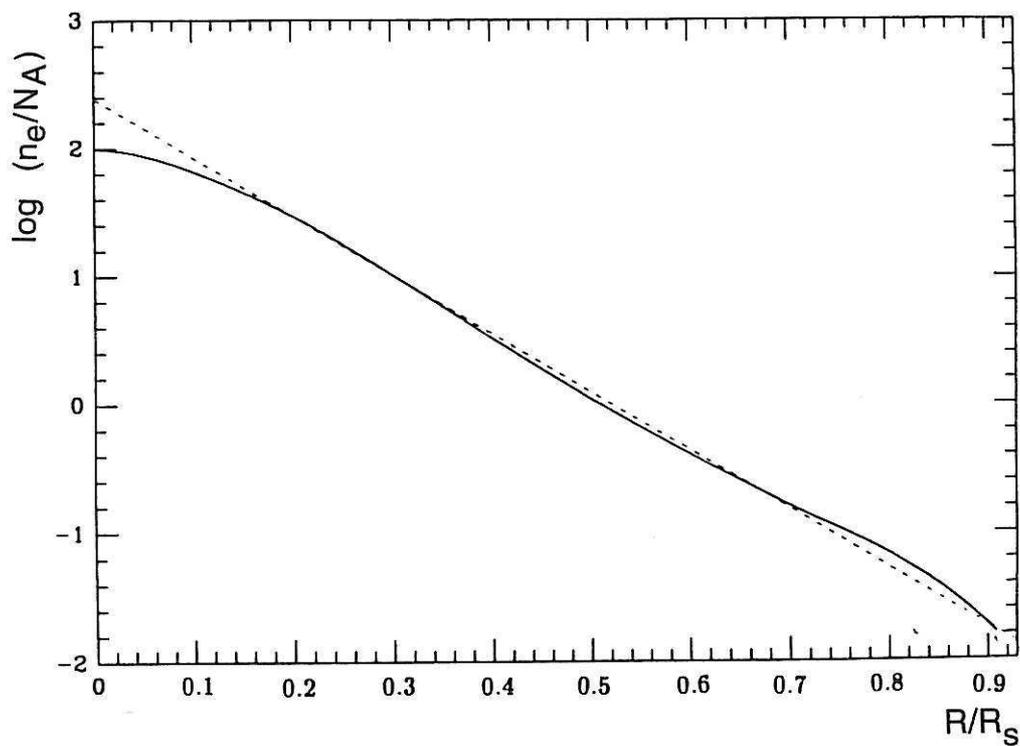


Fig. 2.3 Distribution en densité électronique

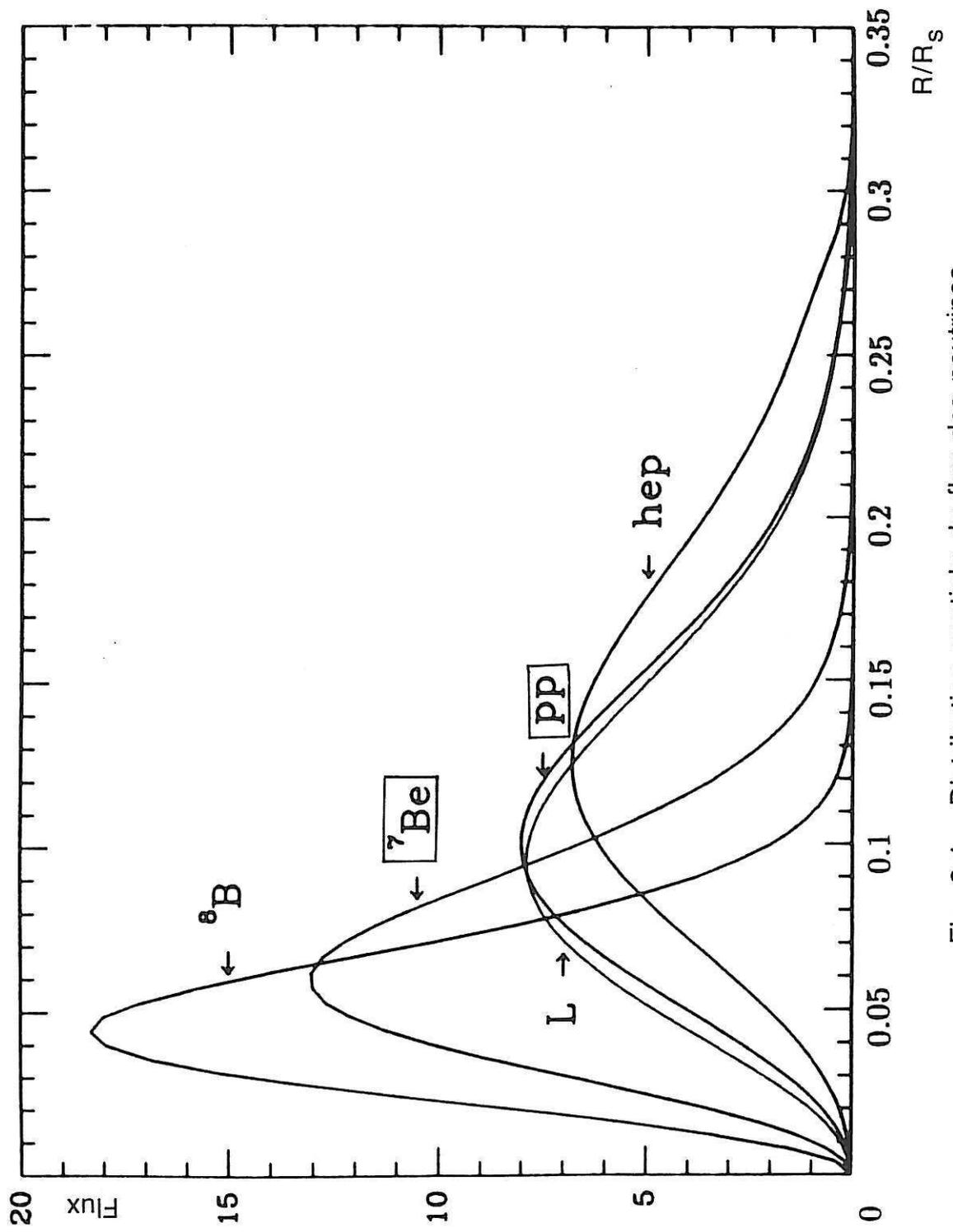


Fig. 2.4 Distribution spatiale du flux des neutrinos

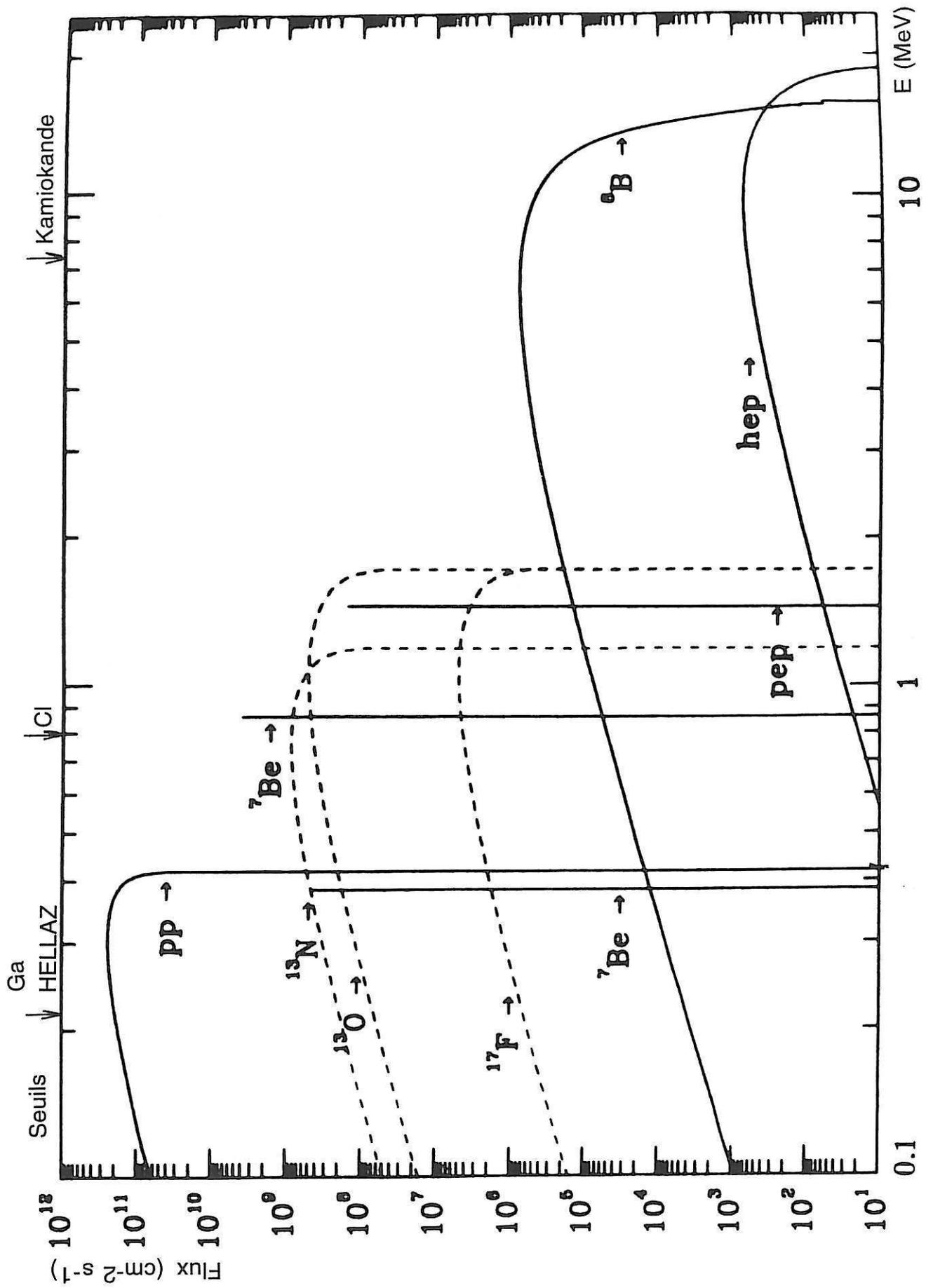


Fig. 2.5 Distribution en énergie du flux des neutrinos

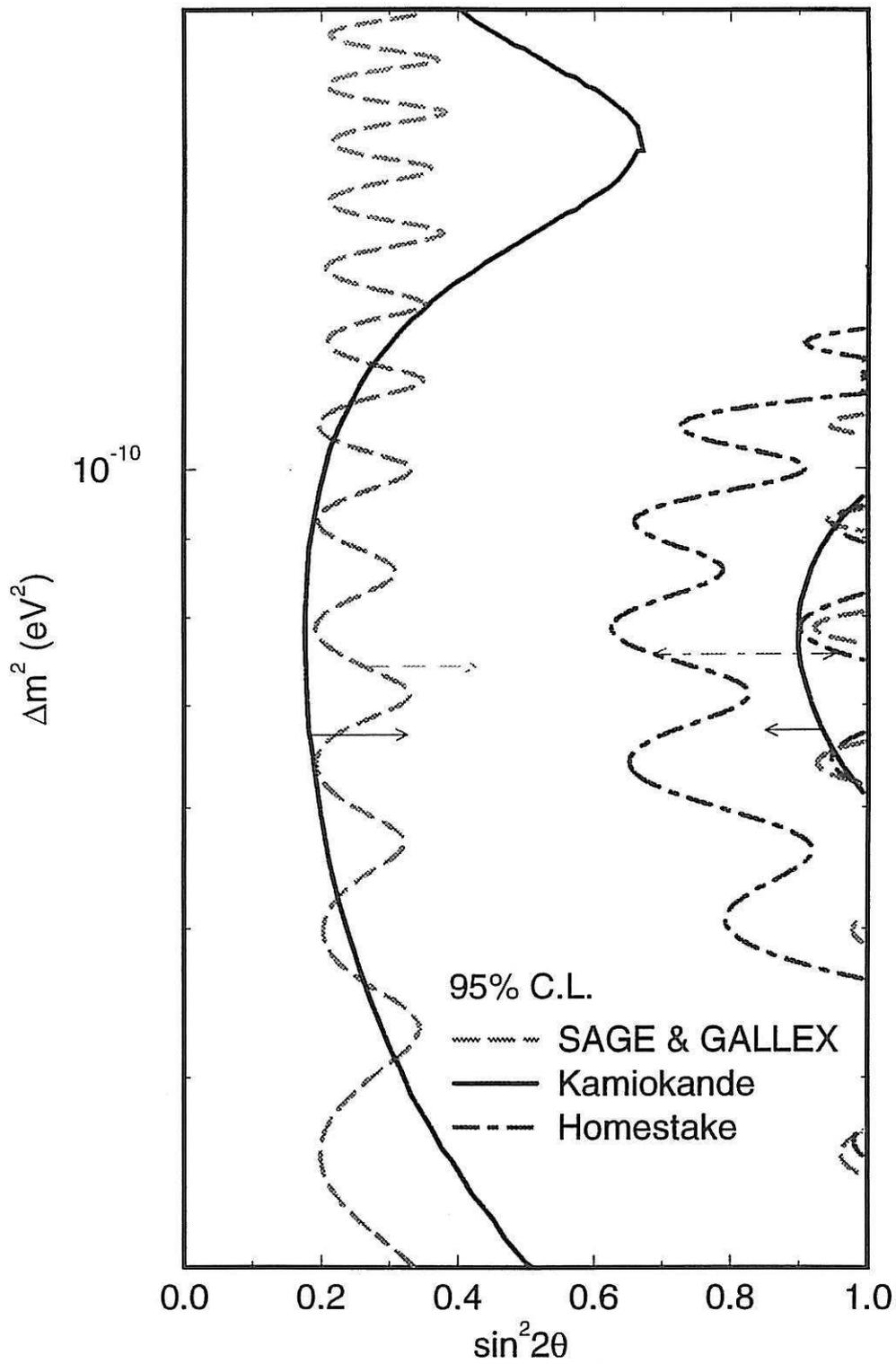


Fig 2.6 Diagramme d'inclusion - Oscillations dans le vide

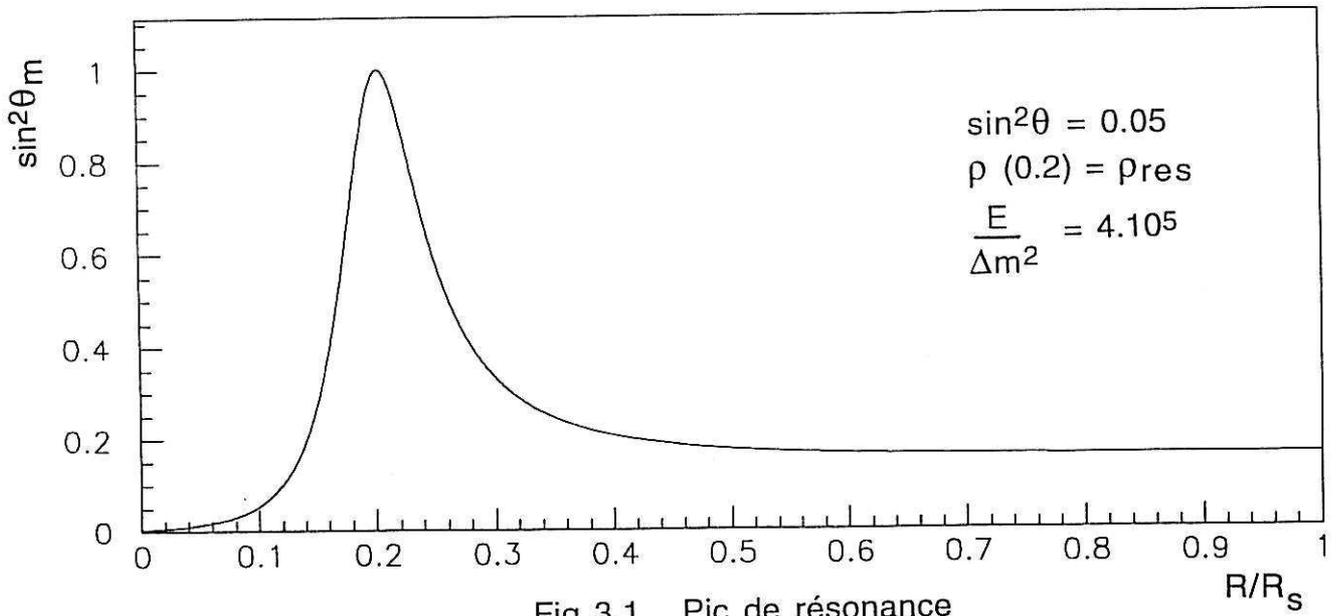


Fig 3.1 Pic de résonance

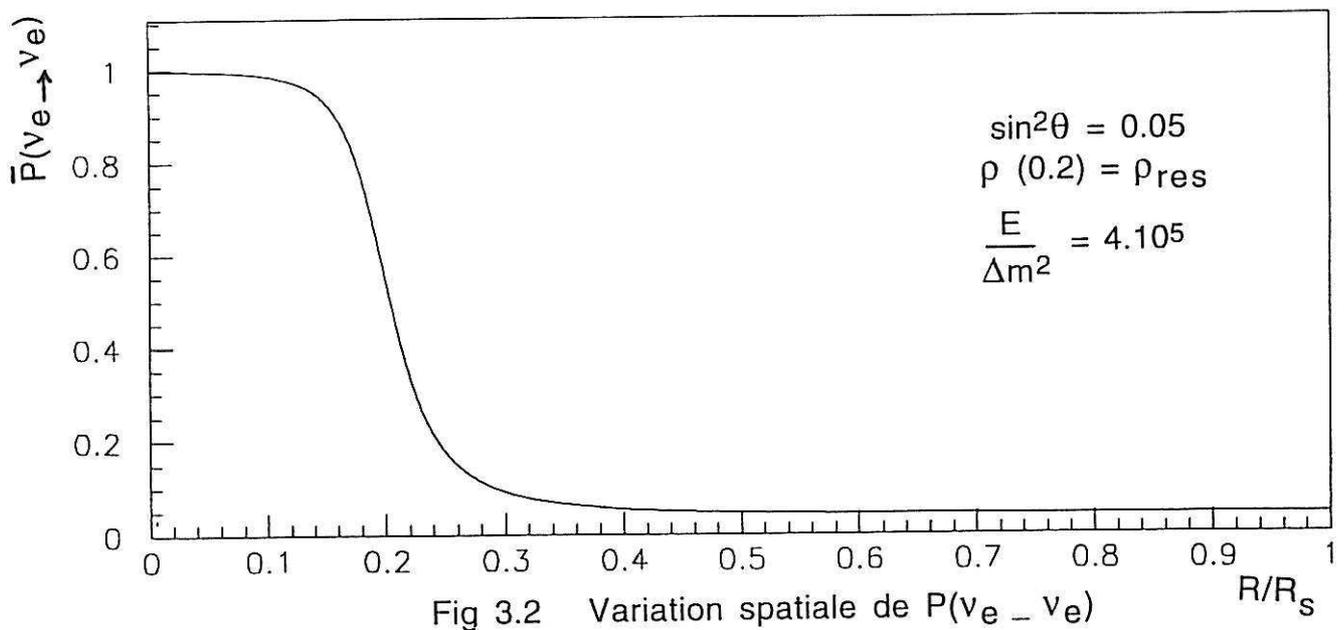


Fig 3.2 Variation spatiale de $P(v_e \rightarrow v_e)$

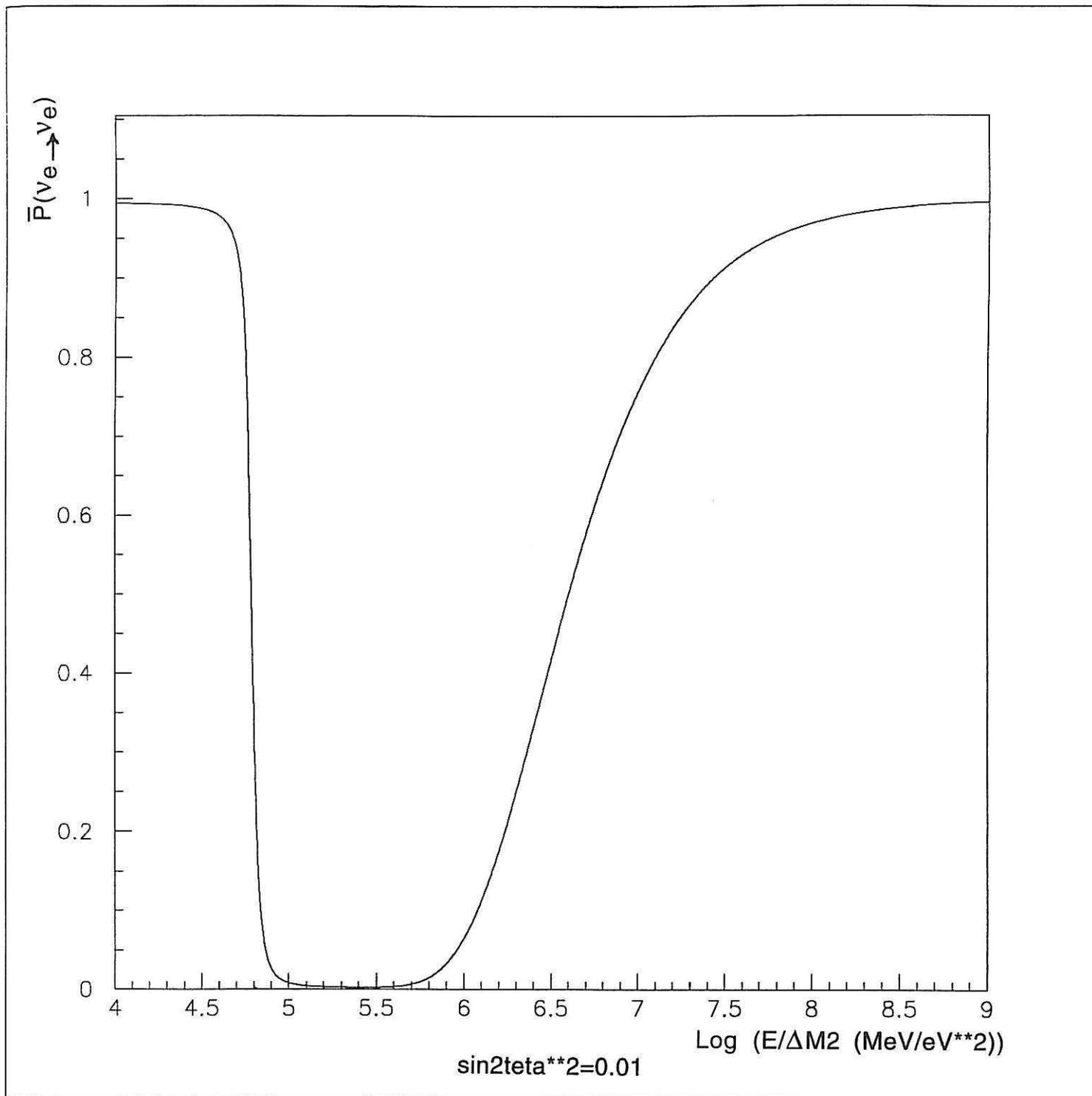


Fig.3.3 Courbe en " baignoire " de $\bar{P}(\nu_e \rightarrow \nu_e)$

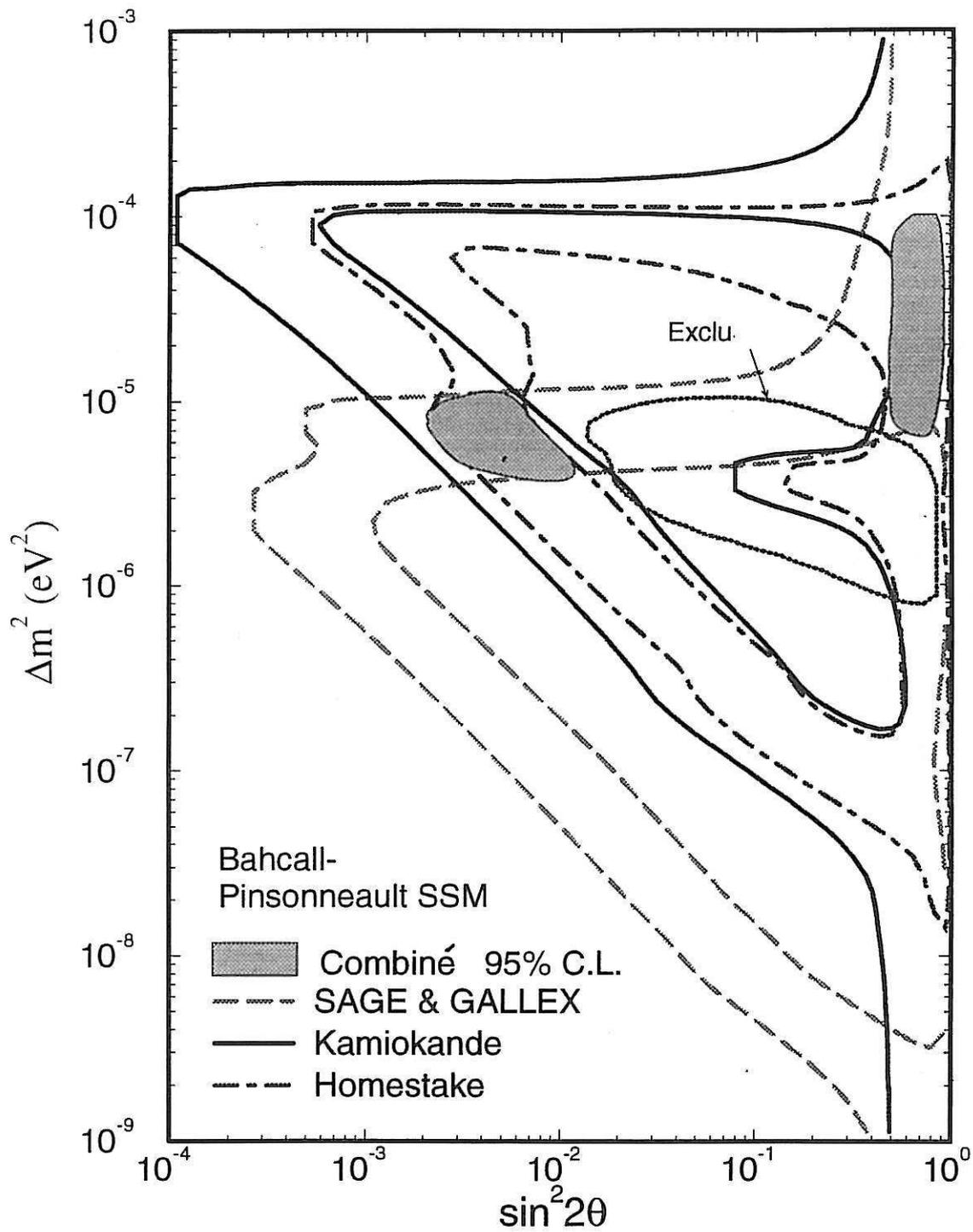


Fig. 3.4 Diagramme d'inclusion issu de l'effet MSW

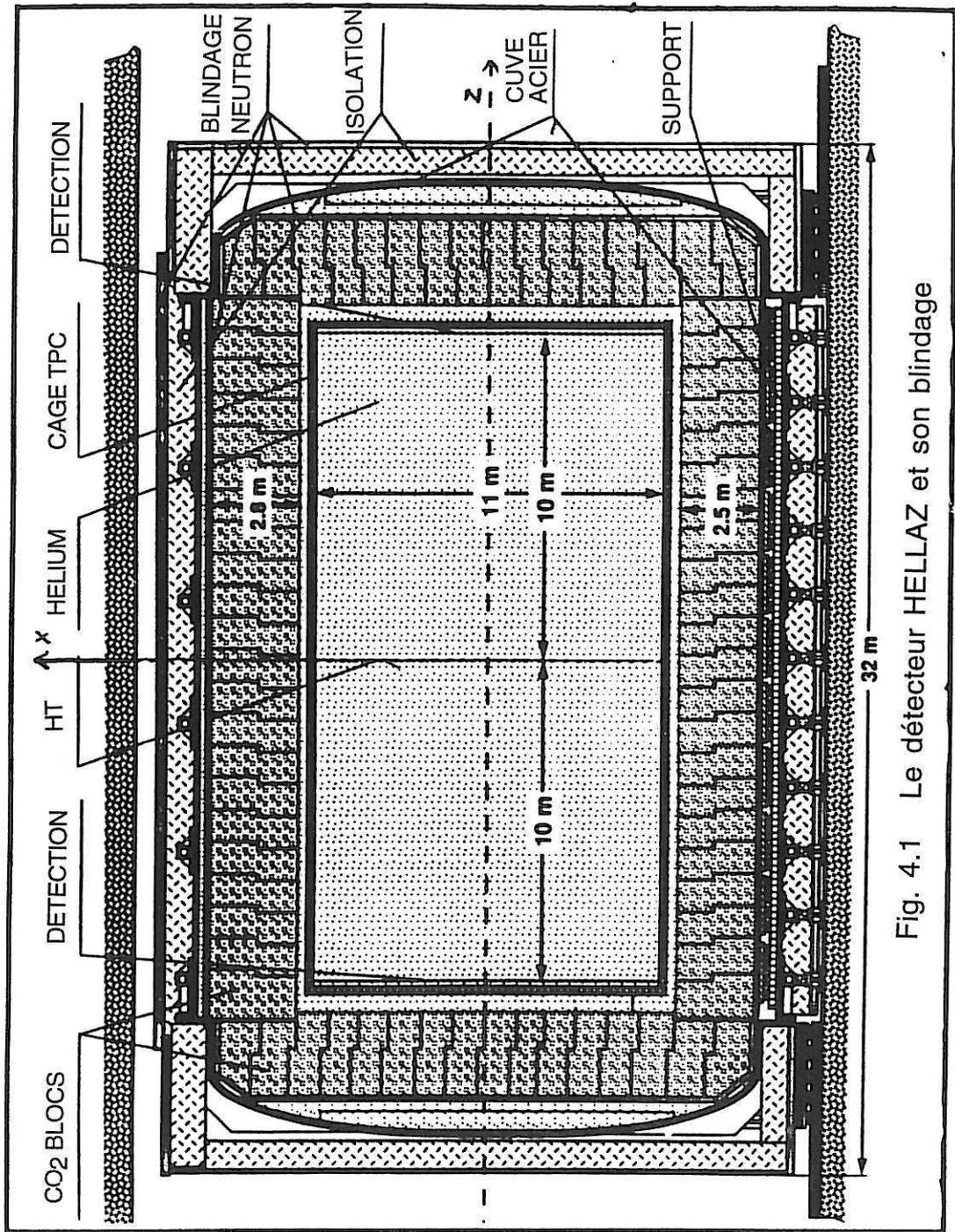


Fig. 4.1 Le détecteur HELLAZ et son blindage

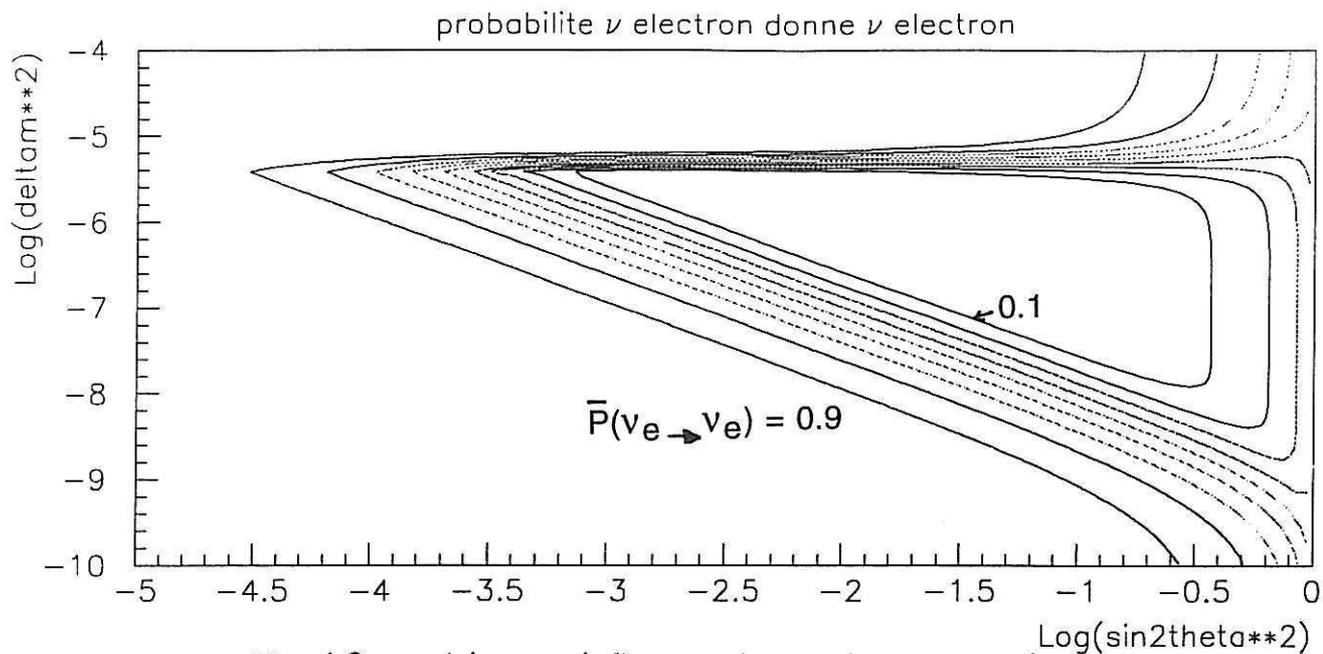


Fig. 4.2 neutrino pp, influence du spectre en energie

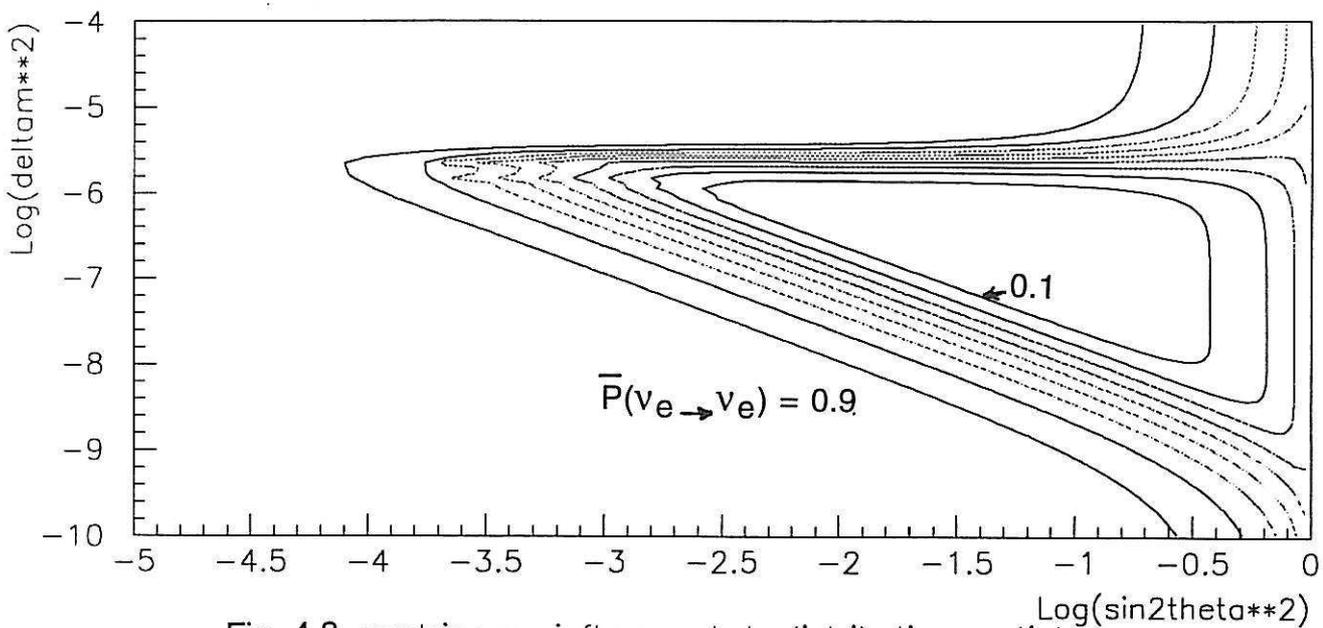


Fig. 4.3 neutrino pp, influence de la distribution spatiale

COURBES D ISOPROBABILITE $\nu_e \nu_e$ en dixiemes

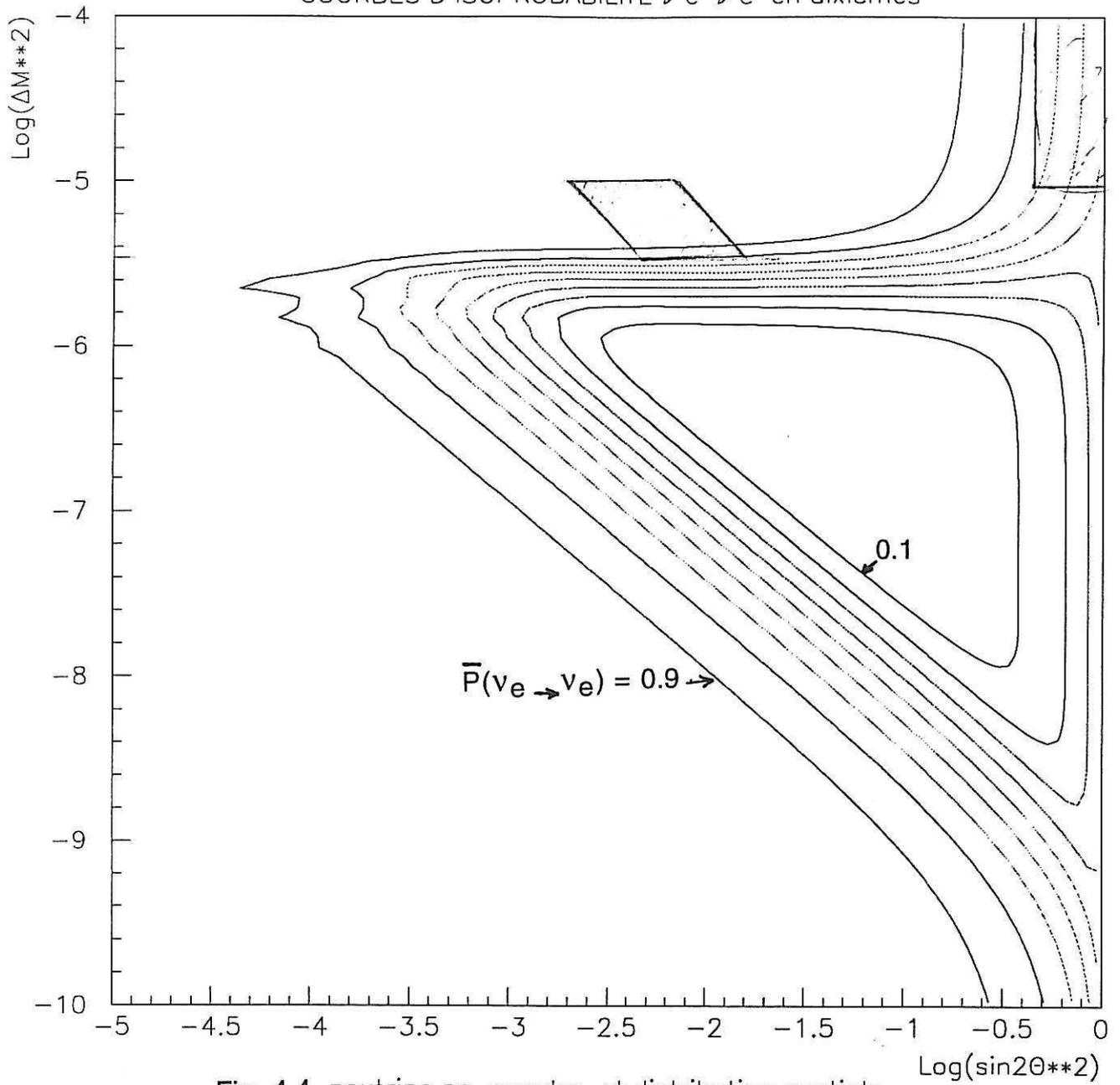


Fig. 4.4 neutrino pp, spectre et distribution spatiale

COURBES D ISOPROBABILITE $\nu_e \nu_e$ en dixiemes

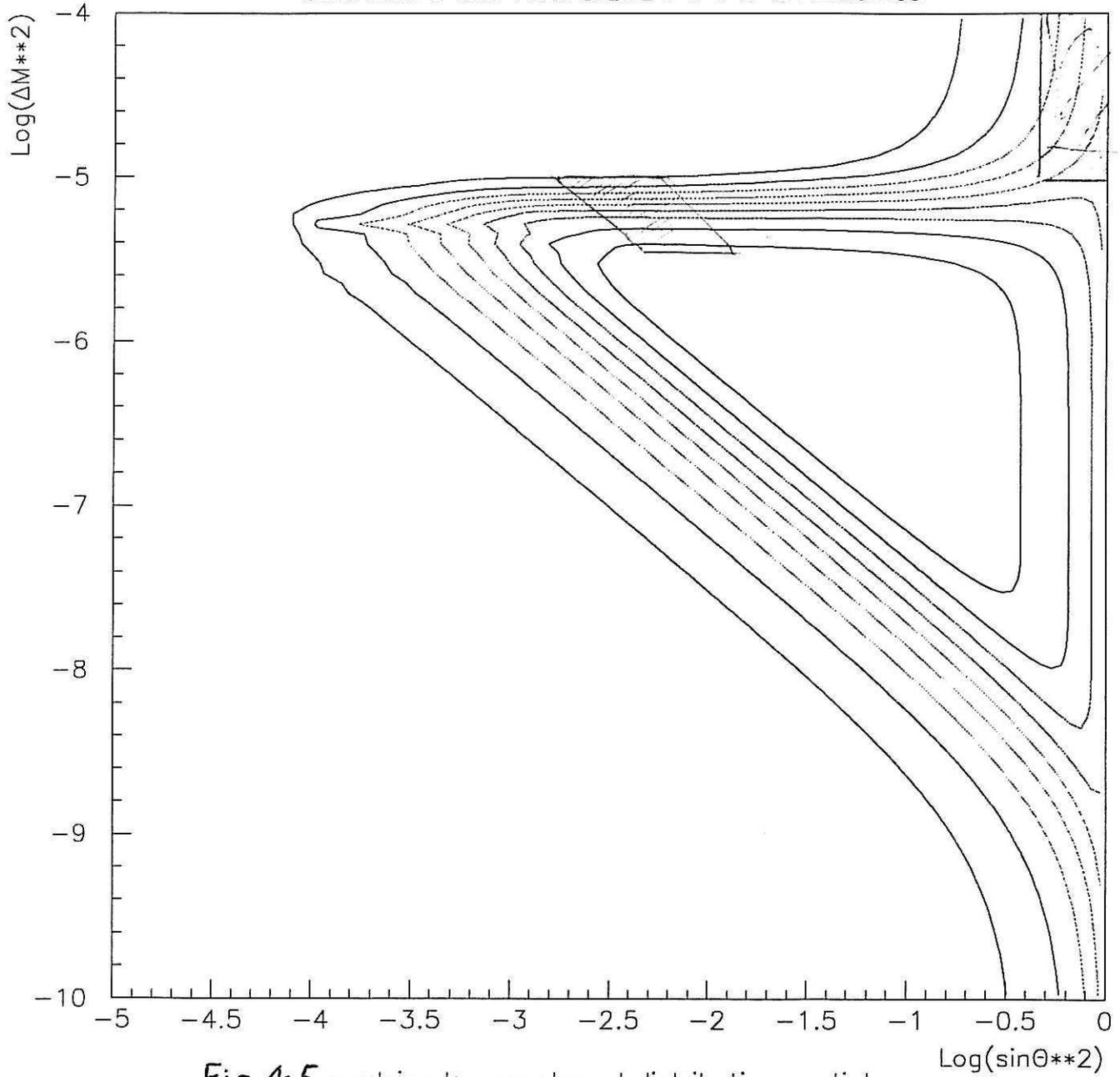


Fig 4.5 neutrino, be, spectre et distribution spatiale

EFFICACITE DU BLINDAGE NEUTRON INTERNE DANS HELLAZ

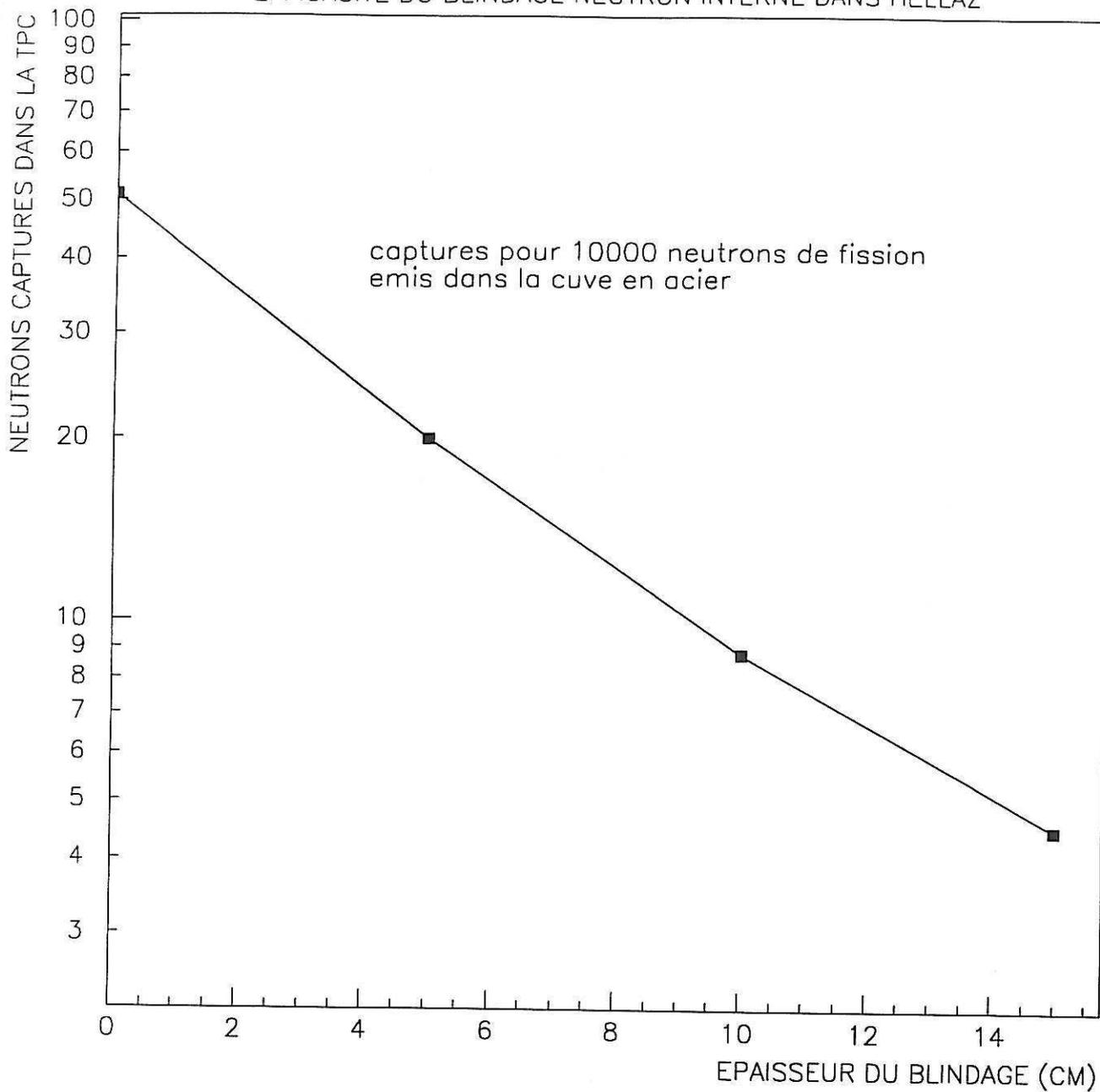


Fig. 4.6

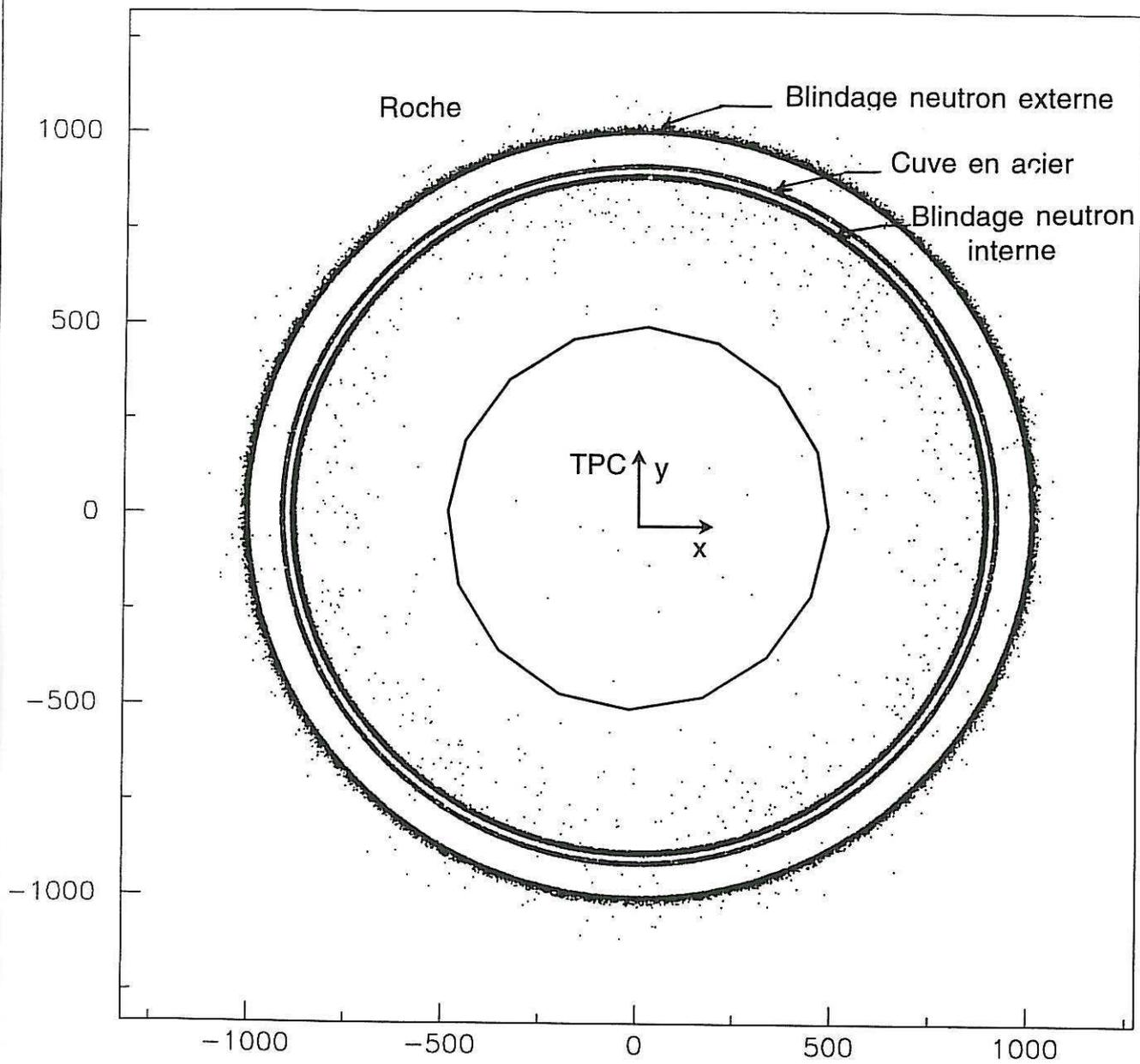


Fig. 4.7 Répartition de 77 000 neutrons émis dans cuve en acier
33 sont capturés dans la TPC

Résumé

Après avoir décrit le principe des oscillations dans le vide, et quelques expériences s'y rapportant, nous donnons les caractéristiques essentielles du modèle standard du soleil et des flux et spectres des neutrinos qui s'ensuivent.

Le déficit de neutrinos observé actuellement dans les quatre principales expériences est ici interprété dans le cadre de l'effet MSW, qui fait intervenir l'interaction des neutrinos avec les électrons du soleil.

Enfin nous en examinons quelques conséquences, sur les résultats d'une expérience en projet, Hellaz, qui se donne pour objet la mesure précise du spectre des neutrinos issus des réactions de fusion qui alimentent en énergie notre étoile.

Abstract

After the basics about neutrino vacuum oscillation we describe the content and the main characteristics of the standard model of the sun together with his consequences as regards neutrino fluxes and spectra.

According to the measurement of fluxes done by the present four leading experiments, we emphasize the matter-enhanced oscillation (MSW effect) as a possible and pleasant explanation for the deficit observed.

We look at the consequences of such an effect for a nice experiment Hellaz, in project by now, which aim at a precise measurement of the neutrinos issued from proton-proton and beryllium reactions, which are the heart of our own star.

Any request should be sent to our e-mail adress : daniele@cdf.in2p3.fr