

Mémoire de fin d'étude

Discipline : Dynamique des fluides

Méthodes numériques pour la simulation monocanal d'un étage de turbomachine

Auteur :
M. Clovis GOUT

Responsable école :
M. Guillaume DUFOUR

Encadrants :
M. Laurent GICQUEL
M. Florent DUCHAINE

Responsable recherche :
M. Laurent JOLY

Abstract

Since the beginning of the Jet Age, the airline companies are aiming at drastically reducing the fuel consumption in order to lower their operating costs. Several fields of improvement have been investigated, from the shape of the wings to the optimisation of the weight, one of them being the turbomachinery. Numerical simulation technologies have grown quickly with the advent and the increasing availability of supercomputers. Several numerical methods are widely used, RANS method being the most popular. Lastly, LES methods are becoming more and more interesting, particularly in the turbomachinery sector. The cost of such a method still being unaffordable for industrial purposes, several approaches are currently investigated. One of them, the phase lagged boundary condition, is particularly useful to reduce the computational domains. It takes into account a remarkable assumption of the turbomachinery flows, a combination between time and space flow properties. This work aims at implementing such a boundary condition in AVBP, a LES compressible, unstructured, and highly parallel code developed by the CERFACS and IFPEN. During this study, several approaches will be investigated, mainly to mitigate the acoustic waves created during the establishment of the phase lagged boundary conditions. Applications of this condition with the presence of cylinders or NACA profiles will also be considered.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes tuteurs de stage, Laurent Gicquel et Florent Duchaine, de m'avoir donné l'opportunité de faire ce stage en simulation numérique sur le code AVBP avec une application concrète sur les turbomachines, et de me permettre de continuer en thèse au sein du CERFACS.

Je remercie chaleureusement Thierry Poinot, chef du groupe CFD, de m'avoir fait connaître cet organisme au travers de ses excellents cours délivrés au Master de l'Université Toulouse 3.

Je tiens aussi à remercier mon bureau, Arthur, Lionel et Nico pour tous les bons moments passés et futurs, pour tous leurs conseils avisés, mais avant tout pour leur bonne humeur qui m'a permis de vraiment apprécier ces 6 mois.

Merci à tous les stagiaires pour les pauses café et les midi toujours plus avancés.

Mes remerciements vont aussi au service CSG et à l'administration qui ont toujours fait en sorte de veiller au bon déroulement de mon stage.

Enfin et plus généralement, à l'ensemble des personnes présentes au CERFACS qui égayaient tous les jours un peu plus ce lieu.

Table des matières

	Page
Abstract	iii
Remerciements	v
Table des matières	viii
Liste de figures	ix
Liste de tableaux	xi
Nomenclature	xiii
Introduction	1
Contexte général	1
Objectifs	3
Structure du mémoire	3
1 Simulation numérique en turbomachine	5
1.1 Equations de Navier-Stokes	5
1.2 Modélisation de la turbulence	6
1.2.1 Simulations RANS et URANS	7
1.2.2 Simulations DNS	7
1.2.3 Simulations LES	9
1.3 Traitement spécifique aux turbomachines	9
1.4 La méthode chorochronique en turbomachine	10
1.4.1 Mise en évidence de la périodicité chorochronique	10
1.4.2 Mise en équation de la méthode	12
1.4.3 Chorochronie appliquée aux méthodes URANS	13
1.4.4 Application à la simulation LES	14
1.5 Conclusion	15
2 Validation de la chorochronie	17
2.1 Description du cas test périodique	17
2.2 Mise en place de la condition limite en entrée	17
2.3 Validation de l'hypothèse chorochronique	19
2.4 Conclusion	21

3	Implémentation d'une condition chorochronique	23
3.1	Méthode 1 : cellules fantômes	23
3.1.1	Implémentation de la première méthode	24
3.1.2	Solution analytique des bords inférieures et supérieures	25
3.1.3	Mise en place de la simulation chorochronique et premiers résultats	27
3.1.4	Déphasage de la condition limite inférieure	29
3.2	Méthode 2 : traitement par des conditions limites NSCBC	31
3.3	Méthode 3 : NSCBC et récupération interne au domaine	32
3.3.1	Mise en place et premiers résultats	32
3.3.2	Sillages définis par des fonctions Gaussiennes	35
3.3.3	Atténuation des ondes de pression	37
3.4	Conclusion	40
4	Applications	41
4.1	Simulation chorochronique de profils NACA	41
4.1.1	Mise en place du cas	41
4.1.2	Résultats et analyses	43
4.2	Simulation chorochronique de cylindres	46
4.2.1	Mise en place du cas	46
4.2.2	Résultats et analyses	46
4.3	Conclusion	49
	Conclusion	51
	Synthèse	51
	Perspectives	51
	Bibliographie	53

Liste de figures

1	Évolution de la consommation des turboréacteurs	1
2	Présentation d'un étage de turbine	2
1.1	Représentation des différentes méthodes sur le spectre de Kolmogorov	7
1.2	Nombre de points nécessaires pour résoudre une couche limite	9
1.3	Illustration de la périodicité spatio-temporelle	10
1.4	Plan aube-à-aube d'un étage de turbine	11
1.5	Mise en évidence de la chorochronie d'un étage de turbomachine	11
1.6	Fonctionnement de la chorochronie en URANS	14
2.1	Cas test périodique	18
2.2	Champs de vitesse du cas périodique	20
2.3	Représentation du domaine chorochronique	20
2.4	Validation de l'hypothèse chorochronique sur le cas test périodique	21
3.1	Présentation de la première méthode	24
3.2	Comparaison entre la méthode chorochronique et le cas de référence au temps $t = 7 t_{sill}$	27
3.3	Variation de pression en fonction du temps au centre du domaine	27
3.4	Évolution temporelle de la pression et de la vitesse au centre du domaine	28
3.5	Comparaison entre la première méthode et le cas de référence au temps $t = 5 t_{sill}$	29
3.6	Champ de vitesse u à $t = 5.5 t_{sill}$	29
3.7	Mise en évidence du déphasage aux bords	30
3.8	Validation du déphasage	31
3.9	Présentation de la deuxième méthode	31
3.10	Variation de la pression de la méthode 2 au centre du domaine	32
3.11	Comparaison entre la deuxième méthode et le cas de référence au temps $t = 5t_{sill}$	33
3.12	Présentation de la troisième méthode	33
3.13	Variation de la pression de la méthode 3	34
3.14	Comparaison entre la simulation chorochronique et le cas de référence pour $t = 8 t_{sill}$	34
3.15	Comparaison entre la troisième méthode et le cas de référence au centre du domaine	35
3.16	Comparaison entre la simulation avec sillages et le cas de référence	36
3.17	Variations temporelles des différentes grandeurs au centre du domaine	37
3.18	Résultat du cas avec des conditions limites échelonnées	39
4.1	Présentation du cas avec profils NACA	42
4.2	Champs instantanés de la vitesse u	43
4.3	Champs instantanés de la vitesse u de la simulation 3 (chorochronique)	44

4.4	FFT de la composante u des simulations 2 et 3	45
4.5	Écart relatif de la composante \bar{u}	45
4.6	Disposition des cylindres	46
4.7	Champs instantanés de la vitesse u de la simulation 3 (chorochronique)	47
4.8	Champs instantanés de la vitesse u	47
4.9	FFT de la composante u des simulations 1, 2 et 3	48
4.10	Écart relatif de la composante \bar{u}	49

Liste de tableaux

2.1	Dimensions du cas test	18
2.2	Configuration de l'écoulement	18
3.1	Grandeurs caractérisant l'écoulement en entrée	25
3.2	Dimensions du cas test	26
3.3	Configuration des conditions limites	26
3.4	Configuration des conditions limites	28
3.5	Dimensions	36
3.6	Configuration de l'écoulement	36
4.1	Dimensions	43
4.2	Disposition des profils	43
4.3	Configuration de l'écoulement	43

Nomenclature

Acronyme

ACARE	Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe
AVBP	Code de calcul de simulation numérique développé au CERFACS
CAA	Civil Aviation Authority
CERFACS	Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique
CREATE	Compresseur académique présent au LMFA de l'école Central Lyon
CL	Condition Limite
DNS	Direct Numerical Simulation
FAA	Federal Aviation Administration
LES	Large Eddy Simulation
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NSCBC	Navier-Stokes Characteristic Boundary Condition
NOx	Oxyde d'azote
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
SGS	Subgrid Scale
THI	Turbulence Homogène Isotrope
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes
WALE	Wall Adapting Local Eddy-viscosity

Latin

c	Vitesse du son [$m.s^{-1}$]
C_p	Chaleur spécifique à pression constante [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]
e	Écart type [-]
E	Énergie totale par unité de masse [$J.kg^{-1}$]
H	Hauteur du domaine périodique [m]
H_{choro}	Distance chorochronique [m]
$H_{domaine}$	Hauteur du domaine chorochronique [m]
k	Énergie cinétique de turbulence [$m^2.s^{-2}$]
L	Longueur caractéristique [m]
ΔL	Distance interpale [m]
N	Nombre de pales d'un étage [-]
p	Pression [Pa]
q	Flux de chaleur [$W.m^{-2}$]
r	Constante des gaz parfaits spécifique [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]
R	Rayon [m]

S	Tenseur du taux de cisaillement [s^{-1}]
t	Temps [s]
Δt	Pas de temps [s]
t_{choro}	Temps chorochronique [s]
$t_{domaine}$	Temps qui sépare les deux conditions limites inférieures et supérieures [s]
t_{sill}	Temps qui sépare deux passages de sillage [s]
T	Température [K]
u	Composante axiale de la vitesse [$m.s^{-1}$]
u_i	Composantes de la vitesse [$m.s^{-1}$]
Δu	Variation de la vitesse axiale [$m.s^{-1}$]
v	Composante verticale de la vitesse [$m.s^{-1}$]
V_{transl}	Vitesse de translation des sillages [$m.s^{-1}$]
w	Variable conservative
x_i	Composantes de position [m]
Δx	Taille de maille [m]
y_{cible}	Position verticale du centre d'un sillage [m]

Grec

δ_{ij}	Symbole de Kronecker $[-]$
$\delta_{sillage}$	Écart type déterminant l'épaisseur des sillages [m]
ϵ	Taux de dissipation turbulente [$m^2.s^{-3}$]
η_K	Échelle de Kolmogorov [m]
λ_{therm}	Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
Λ_T	Échelle de Taylor [m]
μ	Viscosité dynamique [$kg.m.s^{-1}$]
ν	Viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$]
ρ	Masse volumique [$kg.m^{-3}$]
τ_{ij}	Tenseur de contraintes visqueuses [Pa]
Ω	Vitesse angulaire [$rad.s^{-1}$]

Nombre sans dimension

C_{max}	Nombre de Courant
P_r	Nombre de Prandtl
Re	Nombre de Reynolds
St	Nombre de Strouhal

Introduction

Contexte général

Le secteur de l'aviation est aujourd'hui encore en plein développement, grâce à un contexte particulièrement favorable. En effet, le trafic aérien ne fait que croître de manière spectaculaire depuis ses débuts, le nombre de passagers ayant doublé en 10 ans, passant de 2 milliards de passagers en 2006 à presque 4 milliards en 2017. Les prévisions de l'ACARE [1] prévoient que ce nombre sera quadruplé en 2050 pour atteindre 16 milliards de passagers. La nécessité de réduire la pollution (réduction de moitié des NOx entre 1984 et 2014 d'après la CAA [2]) et le bruit, ainsi que la nécessité de réduire la consommation pour diminuer le coût de revient, motive les aviateurs à toujours innover. D'autant que le prix du carburant ne cesse d'augmenter, le prix du baril de pétrole évoluant de 46\$ en 2017 à plus de 100\$ en 2030 selon les prévisions de la FAA [3], impactant directement les compagnies aériennes. Pour s'adapter à ces normes et pour diminuer la consommation de carburant, l'efficacité du moteur est l'un des points cruciaux à étudier.

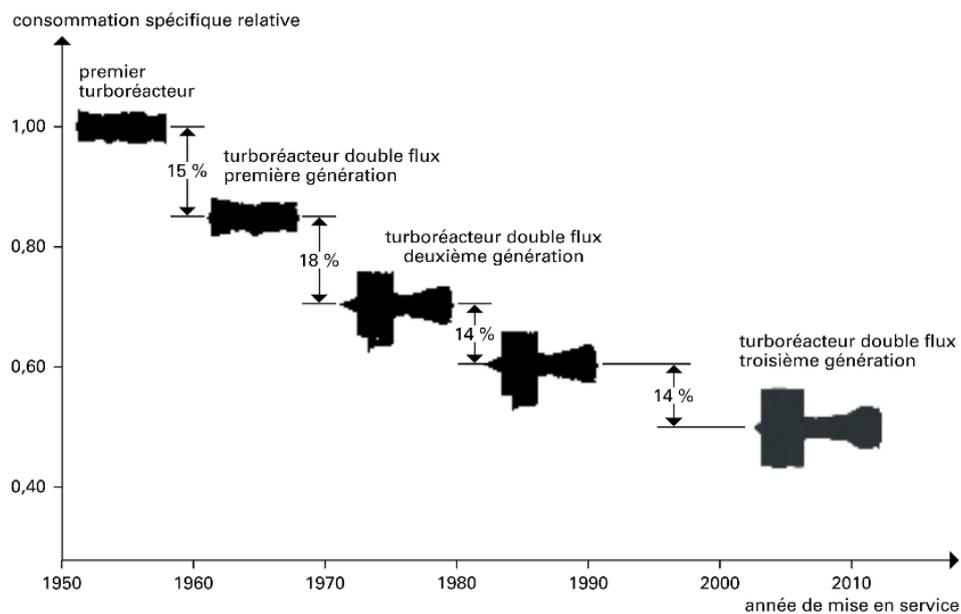


FIGURE 1 – Évolution de la consommation des turboréacteurs, Universalis [4]

Depuis l'apparition des turboréacteurs, la consommation de carburant a été réduite de presque 60% (Fig. 1). Il est nécessaire de continuer à trouver des moyens de les optimiser. Cela fait

maintenant plus d'un demi siècle que des recherches sont effectuées afin d'améliorer ces derniers, d'abord à l'aide d'expériences à taille réelle en soufflerie, puis à l'aide du calcul numérique, réduisant par la même occasion le coût de développement. En effet, Laskowski *et al.* [5] a remarqué qu'une étude numérique peut permettre d'économiser plusieurs dizaines de millions de dollars par rapport à la même étude réalisée sur un banc d'essai de soufflerie. De même, le département américain de l'énergie (US Department of Energy [6]) a fait le constat qu'entre le début des années 1980 et le milieu des années 1990, le nombre de souffleries aux États Unis a été divisé par 7, ce nombre passant de 70 à 11. Avec les calculateurs toujours plus puissants, les méthodes de calcul utilisées par les industriels ont évolué du RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) au URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes), et aujourd'hui, à la LES (Large Eddy Simulation). D'après les constatations de Gourdain *et al.* [7], les simulations LES restent assez compliquées à mettre en place dans un contexte turbomachine, notamment pour des applications dans le cas des compresseurs, à cause des nombres de Reynolds Re importants, des géométries complexes à mettre en œuvre et des phénomènes physiques couplés. De plus, de tels calculs sont souvent très coûteux. De telles simulations concernent aujourd'hui uniquement des cas mono étage, généralement après réduction de la taille du domaine, les cas multi étages ne verront pas le jour avant une vingtaine d'années. Une turbine par exemple se compose de plusieurs étages (un exemple d'étage d'une turbine axiale est donné sur la Fig. 2a). Un étage se compose d'une roue fixe (ou stator) et d'une roue mobile (ou rotor), toutes deux composées d'une rangée d'aubes. Il est alors possible de faire un plan aube à aube de cet étage de turbine, c'est à dire à rayon R constant (Fig. 2b).

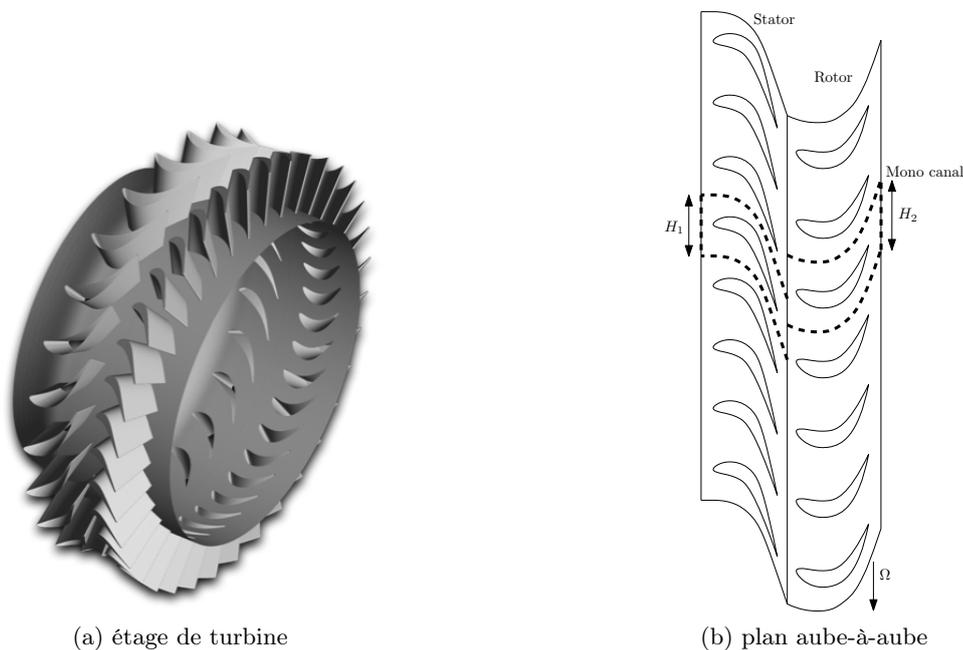


FIGURE 2 – Présentation d'un étage de turbine

Il existe plusieurs possibilités pour simuler l'écoulement d'un tel étage :

- La première idée pour simuler une telle géométrie est de faire une simulation de l'étage entier. Aucune hypothèse n'est effectuée, mais le coût de calcul est très important.
- Souvent le nombre d'aubes de chaque rangée est un nombre premier, afin d'éviter certains phénomènes de résonance, ce qui implique que les hauteurs du domaine mono canal du stator H_1 et du rotor H_2 sont différentes (Fig. 2b). Dans certain cas très rares, il existe une périodicité de l'étage, c'est à dire que le PGCD (plus grand commun diviseur) des

nombres d'aubes N_1 du stator et N_2 du rotor est supérieur à 1, ce qui permet de diviser le domaine de calcul sans faire de changement géométrique. C'est le cas pour le CREATE par exemple, qui possède un PGCD de 16 (Castillon [8]), ce qui permet de diviser par 16 la taille du domaine.

- Pour réduire encore le coût, il est possible de ne considérer qu'un seul canal par exemple, visible sur la Fig. 2b.
- Une première approche est d'effectuer un plan de mélange, c'est à dire moyenner spatialement les flux à l'interface rotor/stator. C'est une méthode utilisée en RANS mais qui n'est pas adaptée aux simulations instationnaires.
- Modifier la géométrie est une autre possibilité. Dans certains cas, changer légèrement le profil de pale permet d'augmenter ou de réduire la hauteur d'un des domaines pour faire en sorte que H_1 et H_2 soient égaux. Cette méthode ne permet pas de simuler la géométrie exacte, ce qui implique nécessairement des écarts dans les résultats.
- Enfin, la dernière solution, considérée dans cette étude, est d'utiliser une propriété des écoulements en turbomachine. En effet, dans certains cas, une hypothèse de périodicité à la fois spatiale et temporelle peut être effectuée. Il est alors possible de ne simuler qu'un unique canal de turbomachine sans changer sa géométrie. C'est l'hypothèse chorochronique.

Objectifs

Les objectifs de ce stage sont multiples et s'inscrivent dans cette recherche d'optimisation des outils numériques et de développement de méthodes plus précises, et plus spécifiquement du développement de la condition chorochronique :

- Effectuer une étude bibliographique des méthodes chorochroniques et évaluer si leur utilisation dans un contexte LES est possible.
- Implémenter ces conditions chorochroniques dans le code LES AVBP dans un cas en deux dimensions.
- Comparer et valider les conditions chorochroniques à l'aide d'une simulation effectuée au préalable avec l'aide de conditions périodiques classiques

Structure du mémoire

Ce mémoire est présenté en quatre chapitres :

- Le premier chapitre fait un état de l'art de la simulation numérique appliquée aux turbomachines, et plus particulièrement de la condition chorochronique.
- Le deuxième chapitre pose les bases du cas test utilisé tout au long de cette étude.
- Le troisième chapitre décrit les différentes méthodes utilisées afin de résoudre les problèmes liés à cette condition chorochronique particulière.
- Enfin, le quatrième et dernier chapitre décrit la mise en place de deux cas applicatifs plus proches de ce qui se fait en turbomachine, une cascade de cylindres et une cascade de profils NACA.

Simulation numérique en turbomachine

Ce chapitre a pour vocation de faire une première étude des différentes méthodes de simulation en turbomachine. Dans une première partie, les équations décrivant les écoulements turbulents seront formulées, puis dans une deuxième partie, les différentes méthodes de simulation appliquées à la turbomachine, puis les différents traitements appliqués aux turbomachines seront explicités. Enfin, la périodicité chorochronique et ses applications seront détaillées dans une troisième partie.

Sommaire

1.1	Equations de Navier-Stokes	5
1.2	Modélisation de la turbulence	6
1.2.1	Simulations RANS et URANS	7
1.2.2	Simulations DNS	7
1.2.3	Simulations LES	9
1.3	Traitement spécifique aux turbomachines	9
1.4	La méthode chorochronique en turbomachine	10
1.4.1	Mise en évidence de la périodicité chorochronique	10
1.4.2	Mise en équation de la méthode	12
1.4.3	Chorochronie appliquée aux méthodes URANS	13
1.4.4	Application à la simulation LES	14
1.5	Conclusion	15

1.1 Equations de Navier-Stokes

Les équations de Naviers-Stokes, équations qui gouvernent les écoulements turbulents, sont ici considérées afin de déterminer l'évolution d'un fluide compressible, visqueux et non réactif. Elles sont définies de la manière suivante :

— L'Eq. (1.1) de conservation de la masse,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad . \quad (1.1)$$

— L'Eq. (1.2) de conservation des moments, où $i = 1, 2$ ou 3 ,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}(p \delta_{ij} - \tau_{ij}) \quad . \quad (1.2)$$

— L'Eq. (1.3) de conservation de l'énergie,

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho E u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}[u_i(p \delta_{ij} - \tau_{ij}) + q_j] \quad . \quad (1.3)$$

Dans ces différentes équations, ρ est la masse volumique du fluide considéré, t est le temps, x_i les composantes position, u_i les composantes de la vitesse, p la pression, δ_{ij} le symbole de Kronecker, qui suit l'Eq. (1.4), E l'énergie totale par unité de masse et q_j le flux de chaleur. La convention de sommation d'Einstein est utilisée pour l'indice i dans l'Eq. (1.1) l'indice j dans l'Eq. (1.2) et les indices i et j dans l'Eq. (1.3). Enfin τ_{ij} est le tenseur de contraintes visqueuses qui vérifie l'Eq. (1.5) avec μ la viscosité cinématique,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}, \quad (1.4)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right). \quad (1.5)$$

De plus, la loi des gaz parfaits décrite dans l'Eq. (1.6) est à considérer pour les écoulements en turbomachine, où T est la température, et r est la constante spécifique des gaz parfaits, qui vaut pour le cas de l'air $r = 287.1 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. La viscosité cinématique suit la loi de Sutherland présentée dans l'Eq. (1.7), avec μ_0 la viscosité de l'air à la température T_0 . Enfin, la conduction thermique suit la loi de Fourier (Eq. (1.8)), avec λ_{therm} la conductivité thermique de l'air,

$$p = \rho r T, \quad (1.6)$$

$$\mu(T) = \mu_0 \frac{T_0 + 110.4}{T + 110.4} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (1.7)$$

$$q_i = -\lambda_{therm} \frac{\partial T}{\partial x_i}. \quad (1.8)$$

La conductivité λ_{therm} est calculé à partir du nombre de Pr (Eq. (1.9)), avec C_p la chaleur spécifique du fluide à pression constante,

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda_{therm}}. \quad (1.9)$$

Ces équations sont ensuite utilisées au sein des codes de calcul des simulations numériques afin de déterminer l'écoulement d'un fluide, de l'air en l'occurrence. Dans toute la suite de cette étude, les équations de Navier-Stokes seront utilisées. Plusieurs catégories de simulations se détachent alors. Les grandes différences s'expliquent notamment par la modélisation de la turbulence.

1.2 Modélisation de la turbulence

Les différentes simulations qu'il est possible de trouver dérivent toutes des mêmes équations de Navier-Stokes définies précédemment dans la Sec. 1.1. Les méthodes les plus répandues car elles sont les moins chères, notamment dans le domaine industriel, sont la méthode RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) ainsi que la méthode URANS (Unsteady RANS). Dans les deux cas, la turbulence est intégralement modélisée (Pope [9], Wilcox [10]). La LES (Large Eddy Simulation ou simulation aux grandes échelles), est une méthode certes plus coûteuse, mais qui permet de résoudre les grandes échelles de turbulence, les échelles inertielles, et de modéliser uniquement les plus petites échelles, souvent considérées comme isotropes (Sagaut [11], Poinso et Veynante [12]). Enfin, la méthode DNS (Direct Numerical Simulation ou simulation numérique directe) est la méthode la plus précise car elle ne fait aucune hypothèse sur la turbulence et la résout dans son intégralité. Les différentes méthodes de simulation sont représentées sur la Fig. 1.1.

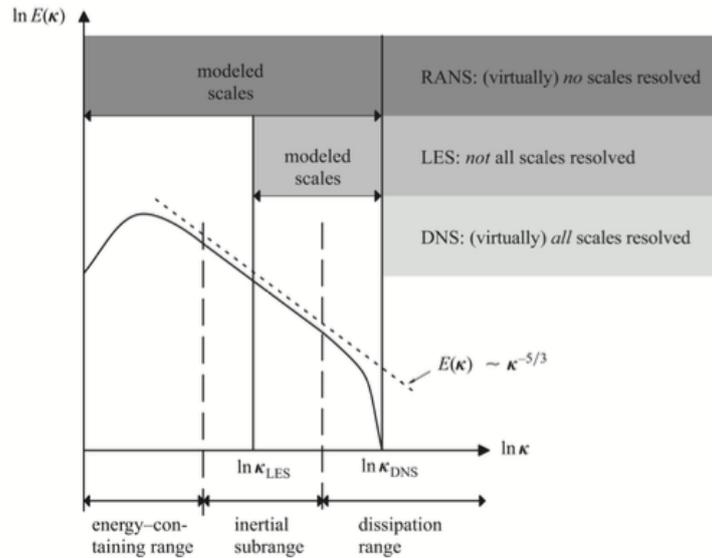


FIGURE 1.1 – Représentation des différentes méthodes sur le spectre de Kolmogorov [13]

1.2.1 Simulations RANS et URANS

L'approche RANS suppose une fermeture des équations de Navier-Stokes, qui consiste souvent en une modélisation d'une viscosité turbulente, après avoir appliqué l'approximation de Boussinesq aux équations des moyennes. Les simulations RANS ont pour principe de ne pas simuler la turbulence, et de traiter l'écoulement comme totalement stationnaire. La simulation RANS est en fait la moyenne d'une multitude de réalisations d'un même écoulement. C'est cette moyenne, appelée moyenne d'ensemble, ou moyenne statistique (Eq. (1.10)), qui permet de résoudre rapidement l'écoulement. Si un grand nombre de réalisations est effectué, l'hypothèse d'ergodicité, qui suppose qu'une moyenne d'un grand nombre de réalisations équivaut à la moyenne temporelle d'une seule réalisation, est vérifiée. Le coût de calcul est très faible, notamment parce que les tailles de mailles nécessaires pour résoudre l'écoulement sont relativement élevées. Cela implique un nombre de maille très faible au regard des simulations LES ou DNS,

$$\bar{F}(x_i, t) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{j=1}^n F^{(j)}(x_i, t) \quad . \quad (1.10)$$

Dans cette équation, F est une variable quelconque, x_i est la composante position, et t est le temps considéré. \bar{F} devient indépendant du temps lorsque n tend vers de grandes valeurs.

La méthode URANS utilise le même formalisme que la méthode RANS, à la différence que les pas de temps considérés ont cette fois-ci un sens physique, et qu'ils sont bien inférieurs aux temps caractéristiques des instationnarités. Par exemple, Catalano *et al.* [14] ont effectué une comparaison entre les méthodes RANS, URANS et LES sur la simulation d'un écoulement autour d'un cylindre, et ont montré qu'en prenant un pas de temps Δt vingt fois inférieur aux périodes des détachements tourbillonnaires, la méthode URANS peut capturer de manière précise les phénomènes instationnaires.

1.2.2 Simulations DNS

La méthode DNS, contrairement aux deux autres, a pour intérêt de capturer l'intégralité du spectre de turbulence. L'inconvénient de cette méthode est son coût de calcul qui est fortement lié au nombre de Re . En effet, la longueur caractéristique de Kolmogorov η_K qui représente les plus

petites échelles de turbulence doit être prise en compte ; il est nécessaire d'imposer une taille de maille inférieure à cette échelle. De même, il est nécessaire de prendre en compte la taille des plus grosses structures, les échelles macroscopiques de Taylor Λ_T ; la taille du domaine doit nécessairement être supérieure à cette échelle macroscopique. Au travers de différentes hypothèses définies par Kolmogorov [15], le rapport entre les échelles macroscopiques et les structures de Kolmogorov peut être lié au nombre de Reynolds défini dans l'Eq. (1.11), dans laquelle L est une grandeur caractéristique du système,

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} . \quad (1.11)$$

En effet, en THI (Turbulence Homogène Isotrope), le taux de dissipation turbulent ϵ et l'énergie cinétique de turbulence k sont liés par une simple expression. Par un lien de proportionnalité, il est possible d'associer ce taux de dissipation à la vitesse caractéristique u et à l'échelle de Kolmogorov η_K (Eq. (1.12)). Le développement est détaillé par Fontane [16],

$$\epsilon = -\frac{\partial k}{\partial t} \propto \frac{k}{t_T} \propto \frac{u^2 u}{t_T \Lambda_T} \propto \frac{u^3}{\Lambda_T} \text{ avec } \begin{cases} u \propto \frac{\Lambda_T}{t_T} \\ k \propto u^2 \end{cases} . \quad (1.12)$$

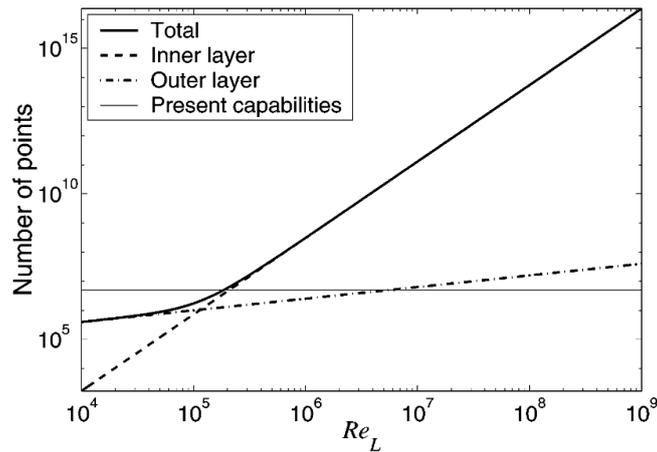
t_T étant le temps des échelles macroscopiques de Taylor. Une fois ce lien établi, et en utilisant la définition de la longueur caractéristique de Kolmogorov définie par l'Eq. (1.13), il est possible de montrer que le rapport entre la grandeur macroscopique de Taylor et la grandeur de Kolmogorov est directement lié au Re avec une puissance $\frac{3}{4}$ visible au travers de l'Eq. (1.14),

$$\eta_K = \frac{\epsilon^{\frac{1}{3}}}{\nu^{\frac{4}{3}}} , \quad (1.13)$$

$$\frac{\Lambda_T}{\eta_K} \propto \left(\frac{u \Lambda_T}{\nu} \right)^{\frac{3}{4}} = Re_{\Lambda}^{\frac{3}{4}} . \quad (1.14)$$

En trois dimensions, ce rapport est alors proportionnel à $Re_{\Lambda}^{\frac{9}{4}}$, ce qui est abordable pour des nombres de Reynolds faibles, mais qui devient très coûteux, voir même inabordable pour des Reynolds dépassant 10^5 , le nombre de maille dépassant les 100 milliards. Or dans une turbomachine, le nombre de Reynolds dépasse aisément ces valeurs et peut atteindre 10^7 . Le nombre de simulations DNS effectuées dans un étage de turbomachine reste très faible et souvent à des nombres de Reynolds et donc à des vitesses inférieures aux vitesses caractéristiques des turbomachines. On peut toutefois citer le cas de Rai [17] qui a effectué une simulation DNS sur un étage de turbine dont le Reynolds a atteint 10^5 .

Les approximations précédentes ne s'appliquent pas aux écoulements au cisaillement important, comme les écoulements en proche paroi. La résolution de la couche limite est ainsi un problème récurrent. A bas nombre de Reynolds, le nombre de points nécessaires pour résoudre entièrement la couche limite est surtout contraint par la couche limite externe, le nombre de point dans la couche limite interne étant limité. Par contre, très vite, le raffinement en paroi nécessaire pour résoudre la couche limite devient très important. D'après Chapman [18], le coût en nombre de maille pour résoudre une couche limite interne pour une plaque plane suit une loi en $Re^{2.4}$ (Fig. 1.2).

FIGURE 1.2 – Nombre de points nécessaires pour résoudre une couche limite, Piomelli *et al.* [19]

1.2.3 Simulations LES

La méthode qui présente un compromis entre le faible coût de calcul RANS-URANS et la précision de la DNS est la méthode LES. En effet, l'idée décrite dans le livre de Sagaut [11] est de considérer que les petites structures à grand nombre d'ondes (Fig. 1.1) sont isotropes, c'est à dire qu'elles ont le même comportement dans toutes les directions. Seules les structures à plus faible nombre d'ondes sont anisotropes. Il suffit donc de résoudre uniquement les plus grosses structures, les structures inertielles, et de modéliser les structures dissipatives.

Ainsi, pour toute quantité f , il est possible de la décomposer en une quantité \bar{f} filtrée (différents filtres existent, des filtres boites dans l'espace spectral ou physique, des filtres Gaussien) dont le détail se retrouve dans le livre de Sagaut [11] et de Poinso et Veynante [12], et une quantité f' modélisée (Eq. (1.15)). La moyenne de Favre \tilde{f} est exprimée par l'Eq. (1.16),

$$f = \bar{f} + f' \quad , \quad (1.15)$$

$$\tilde{f} = \frac{\rho f}{\bar{\rho}} \quad . \quad (1.16)$$

Il est alors possible de réécrire les équations de Navier-Stokes filtrées. C'est à partir de ces équations filtrées que les écoulement en LES sont simulés.

Différents modèles de sous maille (Smagorinsky [20], WALE [21], σ [22]) permettent de modéliser les différentes structures dont la taille caractéristique est plus petite que la taille de maille Δx . Ils permettent d'estimer la viscosité turbulente des petites structures.

1.3 Traitement spécifique aux turbomachines

Une turbomachine nécessite un traitement particulier pour pouvoir simuler l'écoulement en son sein. En effet, une turbomachine est constituée d'une multitude de parties mobiles et de parties fixes. Un plan de mélange est souvent utilisé pour traiter l'information au niveau de l'interface rotor stator en RANS (Denton et Sigh [23]). Le plan de mélange est une approche qui consiste à moyenner les flux en sortie du domaine de calcul du stator, dans le cas d'une turbine, flux qui sera ensuite utilisé comme condition limite d'entrée du domaine de calcul du rotor. Cette approche fait une hypothèse forte sur les écoulements internes, et n'est pas recommandée pour le calcul instationnaire.

Un maillage fixe ne permet cependant pas de capter toutes les subtilités de ces écoulements, et il est souvent nécessaire de séparer le domaine de calcul. Le stator est fixé au référentiel global, tandis que le rotor est dans un référentiel tournant. L'interface rotor/stator doit être traitée de manière particulière, à l'aide d'une méthode dite *sliding mesh*. En effet, à l'interface, une interpolation entre les deux maillages est nécessaire pour transmettre l'information d'un maillage à l'autre. Une telle méthode a par exemple été utilisée pour le calcul URANS du compresseur CREATE par Gourdain *et al.* [24].

Tout comme pour les simulations URANS, l'approche *sliding mesh* est utilisée pour des calculs LES étant donné qu'elle conserve la physique instationnaire naturellement créée par la rotation du rotor relativement au stator.

C'est dans ce contexte LES de *sliding mesh* que la condition limite chorochronique sera étudiée et implémentée.

1.4 La méthode chorochronique en turbomachine

La première approche de la chorochronie date de la fin des années 1970, avec les travaux de recherche de Erdos et Alzener [25], et Erdos *et al.* [26]. A cette époque, afin de réduire le coût des simulations URANS, il a été constaté (Fig. 1.3) qu'il existe une certaine périodicité spatio-temporelle interne aux turbomachines. La première partie de cette section sera dédiée à la mise en équation de la périodicité chorochronique. Les conditions chorochroniques appliquées au formalisme URANS seront étudiées dans une deuxième partie. Enfin, la méthodologie adoptée dans cette étude sera présentée.

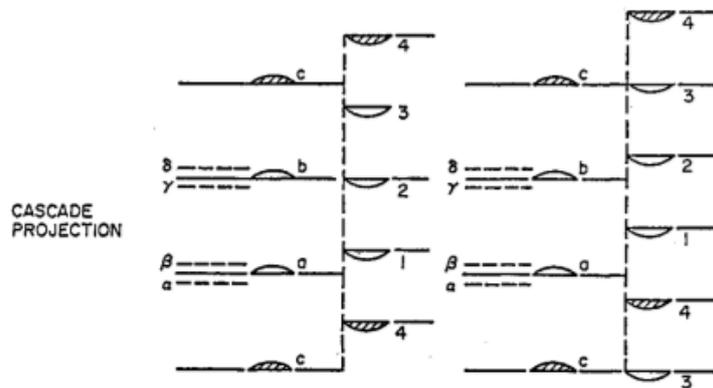


FIGURE 1.3 – Illustration de la périodicité spatio-temporelle Erdos *et al.* [26]

1.4.1 Mise en évidence de la périodicité chorochronique

Considérons un étage de turbine (Fig. 1.4). Plutôt que de simuler le domaine entier, il est préférable de faire la simulation sur un mono canal. Cette turbine possède deux cascades de pales (un stator et un rotor) ayant un nombre de pales différent (N_A pour le stator et N_B pour le rotor). Dans ce contexte mono canal, les hauteurs H_A du stator et H_B du rotor sont donc différentes. Des conditions périodiques au niveau des bords inférieurs et supérieurs ne sont pas adaptées. Par contre, en prenant en compte cette fois-ci la régularité du passage de pales, il est possible de mettre en évidence la périodicité chorochronique.

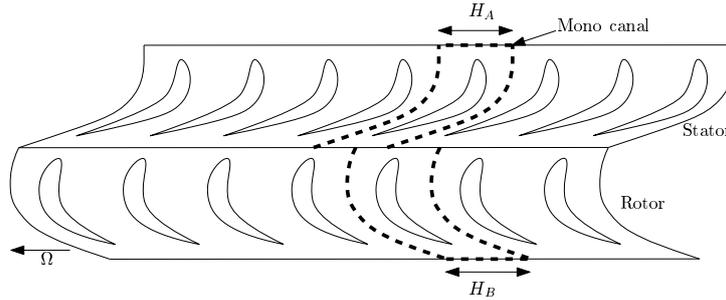


FIGURE 1.4 – Plan aube-à-aube d'un étage de turbine

Le principe général de la chorochronie peut être illustré par la Fig. 1.5. Supposons la configuration au temps t_0 de la Fig 1.5a. La première pale A_1 de la rangée d'aubages de gauche (rangée notée par la suite rangée A) est alignée à la première pale de la rangée d'aubages de droite (rangée B). Au bout d'un temps t_{choro} , les pales A_2 et B_2 sont alignées, comme illustré sur la Fig. 1.5b, et de même au temps $t_0 + 2t_{choro}$, les pales A_3 et B_3 sont alignées (Fig. 1.5c).

L'hypothèse chorochronique revient à considérer que l'écoulement que voit B_1 au temps t_0 est identique à l'écoulement vu par B_2 au temps $t_0 + t_{choro}$, de même pour B_3 au temps $t_0 + 2t_{choro}$. La périodicité spatio-temporelle est donc bien mise en évidence, l'écoulement se répète avec une période temporelle t_{choro} et une période angulaire Φ_{choro} . Cette considération se traduit par l'Eq (1.17) en prenant la rangée A comme référence,

$$F(\Phi - \Phi_{choro}, t + t_{choro}) = F(\Phi, t) \quad . \quad (1.17)$$

Avec F une grandeur quelconque. Ainsi, plutôt que de simuler les 3 pales de chaque rangées (ou plus généralement un étage entier), il est alors tout à fait possible de ne simuler qu'une seule pale de chaque rangées en intégrant cette périodicité chorochronique.

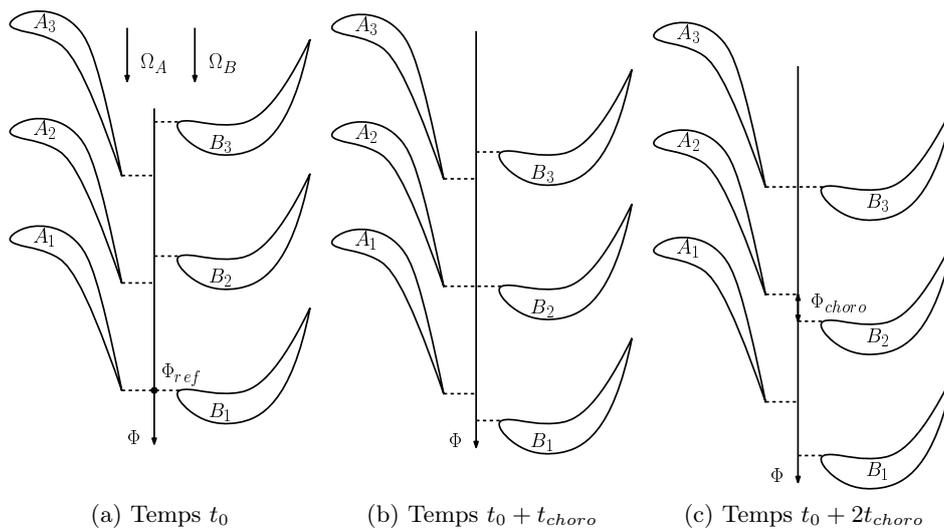


FIGURE 1.5 – Mise en évidence de la chorochronie d'un étage de turbomachine, reproduction de Neubauer [27]

1.4.2 Mise en équation de la méthode

La première observation a été effectuée par Erdos *et al.* [25], mais ce sont Gerolymos et Chapin [28] qui ont proposé pour la première fois une mise en équation de la condition chorochronique, puis plus récemment Gerolymos *et al.* [29].

Considérons de nouveau la Fig. 1.5a à l'instant de référence t_0 . C'est un temps particulier qui permet de définir une phase Φ_{ref} qui vérifie l'Eq. (1.18),

$$\Phi_{ref} = \Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0) \quad . \quad (1.18)$$

Dans cette équation, Φ_{ref} est la phase de référence des deux rangées au temps t_0 , Φ_A et Φ_B les phases respectives des rangées A et B. Par la suite, seules les pales 1 et 2 des deux rangées A et B seront considérées, mais cette analyse est transposable sur l'ensemble de l'étage.

En considérant maintenant un instant t quelconque et en tenant compte des vitesses angulaires de rotation Ω_A et Ω_B , il est possible, au travers de l'Eq. (1.19), de lier à la phase de référence les deux phases correspondant à la première pale de chacune des rangées,

$$\begin{aligned} \Phi_{A_1}(t) &= \Phi_{ref} + \Omega_A(t - t_0) \quad , \\ \Phi_{B_1}(t) &= \Phi_{ref} + \Omega_B(t - t_0) \quad . \end{aligned} \quad (1.19)$$

Enfin, en prenant en compte maintenant la différence de vitesse angulaire de rotation Ω , les phases de la première pale de chacune des rangées vérifient l'Eq. (1.20),

$$\begin{aligned} \Phi_{A_1}(t) &= \Phi_{B_1}(t) + \Omega(t - t_0) \quad , \\ \Omega &= \Omega_A - \Omega_B \quad . \end{aligned} \quad (1.20)$$

L'écart de phase entre deux pales vaut toujours $\frac{2\pi}{N_A}$ pour la rangée A et $\frac{2\pi}{N_B}$ pour la rangée B. Il est alors possible de lier la première pale à la deuxième de chaque rangée par l'Eq. (1.21),

$$\Phi_{A_2}(t) = \Phi_{A_1}(t) - \frac{2\pi}{N_A} \quad , \quad \Phi_{B_2}(t) = \Phi_{B_1}(t) - \frac{2\pi}{N_B} \quad . \quad (1.21)$$

Il existe alors deux manières de déterminer le temps t_{choro} , qui correspond au temps qu'il y a entre deux instants où deux pales sont alignées.

1. La première, décrite par Gerolymos *et al.* [28], qui consiste à remarquer d'un point de vue géométrique (Fig. 1.5), que les phases vérifient à la fois $\Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0)$ et $\Phi_{A_2}(t_0 + t_{choro}) = \Phi_{B_2}(t_0 + t_{choro})$ (ce sont les deux occurrences où les pales sont alignées). La première relation se traduit par l'Eq. (1.22). Elle fixe la phase Φ_{ref} de référence au temps t_0 de référence,

$$\Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0) \quad \Rightarrow \quad \Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0) = \Phi_{ref} \quad . \quad (1.22)$$

En combinant la deuxième relation à l'Eq. (1.21), il est possible de trouver le lien entre les pales 1 et les pales 2 décrit par l'Eq. (1.23) suivante :

$$\begin{aligned} \Phi_{A_2}(t_0 + t_{choro}) &= \Phi_{B_2}(t_0 + t_{choro}) \\ \Rightarrow \quad \Phi_{A_1}(t_0 + t_{choro}) - \frac{2\pi}{N_A} &= \Phi_{B_1}(t_0 + t_{choro}) - \frac{2\pi}{N_B} \quad . \end{aligned} \quad (1.23)$$

Enfin, en utilisant maintenant l'Eq. (1.19) et l'Eq. (1.23), il est possible d'en déduire l'Eq. (1.24) qui lie ce temps t_{choro} aux différentes caractéristiques géométriques du problème,

$$\begin{aligned} \Omega_A[(t_0 + t_{choro}) - t_0] + \Phi_{ref} - \frac{2\pi}{N_A} &= \Omega_B[(t_0 + t_{choro}) - t_0] - \frac{2\pi}{N_B} + \Phi_{ref} \\ \Rightarrow \quad t_{choro} &= \frac{1}{\Omega_A - \Omega_B} \left[\frac{2\pi}{N_A} - \frac{2\pi}{N_B} \right] . \end{aligned} \quad (1.24)$$

2. La deuxième consiste à affirmer, toujours avec des considérations géométriques en observant la Fig. 1.5, que t_{choro} est lié aux fréquences de passage de pale dans le référentiel global (Eq. (1.25)),

$$t_{choro} = t_A - t_B = \frac{1}{f_A} - \frac{1}{f_B} . \quad (1.25)$$

Les fréquences de passage de pales vérifient l'équation suivante :

$$f_A = \frac{N_B |\Omega|}{2\pi} \quad f_B = \frac{N_A |\Omega|}{2\pi} . \quad (1.26)$$

On retrouve bien la même équation que précédemment :

$$t_{choro} = \frac{1}{\Omega} \left[\frac{2\pi}{N_A} - \frac{2\pi}{N_B} \right] . \quad (1.27)$$

En projetant le domaine sur un plan, il est possible de réécrire cette équation de la manière suivante :

$$\begin{aligned} t_{choro} &= \frac{1}{R\Omega} \left[\frac{2\pi R}{N_A} - \frac{2\pi R}{N_B} \right] , \\ &= \frac{1}{V_{transl}} [H_A - H_B] . \end{aligned} \quad (1.28)$$

Avec R le rayon considéré dans la projection aube à aube, $V_{transl} = R\Omega$ la vitesse de translation, et $H_i = \frac{2\pi R}{N_i}$ les hauteurs des deux domaines considérés (ce qui est équivalent à la distance interpale).

Le fonctionnement de la condition chorochronique ayant été détaillé, il est maintenant possible de comprendre un peu mieux dans quel contexte elle est appliquée.

1.4.3 Chorochronie appliquée aux méthodes URANS

Une telle condition permet notamment de réduire la taille des domaines et de ne considérer qu'un seul canal, réduisant de manière considérable le coût global de la simulation. En effet, comme l'illustre Mouret [30] avec l'Eq. (1.29), qui décrit le rapport entre la taille du domaine de calcul en considérant un étage entier et la taille du domaine de calcul dans le cas d'un mono canal. Cette équation peut se généraliser en effectuant une simulation multi-chorochronique (c'est-à-dire en simulant plus d'un étage de turbomachine à l'aide de la chorochronie). Cette généralisation se retrouve au travers de l'Eq. (1.30),

$$\frac{\text{Taille de grille d'un étage complet}}{\text{Taille de grille pour la chorochronie}} = \frac{N_1 + N_2}{1 + 1} , \quad (1.29)$$

$$\frac{\text{Taille de grille de } i \text{ nombre de rangées}}{\text{Taille de grille pour la multi-chorochronie}} = \sum_{n=1}^i \frac{N_n}{i} . \quad (1.30)$$

Avec N le nombre de pales d'une rangée d'aubages, et i le nombre de rangées d'aubages. En sachant qu'un étage peut comporter plus de 100 pales, ce ratio peut atteindre 50 pour le cas chorochronique simple, et bien au delà pour les cas multi-chorochroniques. Cette méthode semble donc très intéressante, à premier vue, pour diminuer d'autant le coût de la simulation.

Cette méthode est aujourd'hui surtout utilisée pour effectuer des simulations mono étage. En effet, certains problèmes apparaissent lorsqu'il s'agit d'effectuer des cas multi étages, notamment lorsque les vitesses de rotation des séries d'aubages N_i et N_{i+2} sont égales, ce qui est généralement le cas dans la plupart des turbomachines. Gerolymos [31], Castillon *et al.* [8] et Yang *et al.* [32] proposent des solutions pour palier ces problèmes.

En pratique, la manière dont est enregistrée et retransmise l'information passe par des cellules fantômes (Gerolymos *et al.* [29], [33], [34]). Une représentation de ce domaine est présentée sur la Fig. 1.6. Les grandeurs conservatives sont récupérées dans une zone interne au domaine, et stockées dans une zone de cellules fantômes. Puis elles sont appliquées sur ces cellules au bout d'un temps t_{choro} .

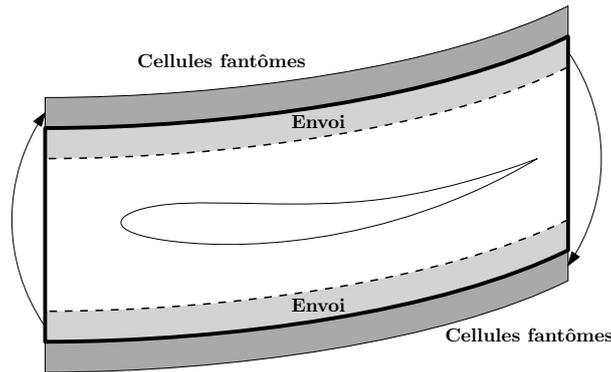


FIGURE 1.6 – Fonctionnement de la chorochronie en URANS

1.4.4 Application à la simulation LES

Les conditions chorochroniques semblent être de bonnes candidates pour effectuer des calculs instationnaires LES. Une étude LES a été effectuée sur le compresseur CME2 (Compresseur Mono-Etage 2) par Mouret *et al.* [35] sur le code *elsA* pour résoudre les problèmes de compression de l'information aux conditions limites. En URANS, les méthodes de compression qui permettait de réduire le coût en mémoire du stockage dans les zones fantômes ne prenaient en compte que les fréquences de passage de pales et leurs harmoniques. Cette méthode de compression n'est plus possible avec un spectre large bande présent en LES. D'autant qu'en LES, les tailles de maille Δx et les pas de temps Δt sont plus petits qu'en URANS, ce qui augmente considérablement le coût de stockage.

Le travail effectué ici est une première implémentation dans le code LES AVBP, qui est compressible et non structuré, pour poursuivre les travaux de G. Mouret. Afin de simplifier la tâche, un cas laminaire en deux dimensions sera considéré, dans le but de mettre en place les zones fantômes inférieures et supérieures. Le caractère compressible du code impliquera un traitement particulier pour faire converger les simulations.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les différentes méthodes de simulation numérique appliquées au calcul fluide ont été présentées. La méthode RANS laisse petit à petit place à d'autres méthodes plus fines, qui commencent à devenir applicables dans le monde industriel, notamment la LES. Les simulations étant très coûteuses, il convient de trouver des solutions permettant de réduire leur prix. Le présent mémoire a pour vocation de décrire et d'implémenter l'une d'elle, la condition limite chorochronique. Cette condition très particulière, applicable en faisant certaines hypothèses, semblent être prometteuse pour les calculs mono étage.

Validation de la chorochronie

L'objectif de ce chapitre est de proposer une configuration type permettant à la fois de valider l'hypothèse de chorochronie, mais aussi de pouvoir tester l'implémentation d'une condition limite chorochronique dans le code AVBP. Il s'agissait donc de proposer quelque chose d'assez simple, dans un cas en deux dimensions, sans maillage tournant pour une première validation. La configuration étudiée est un domaine rectangulaire, dont la condition limite en entrée est une succession de sillages qui se translatent dans le temps, représentant une cascade de pâles en amont du domaine.

Sommaire

2.1	Description du cas test périodique	17
2.2	Mise en place de la condition limite en entrée	17
2.3	Validation de l'hypothèse chorochronique	19
2.4	Conclusion	21

2.1 Description du cas test périodique

Une étude a tout d'abord été effectuée sur un cas périodique afin de valider l'hypothèse chorochronique. Un domaine en deux dimensions rectangulaire a été choisi, avec pour condition limite d'entrée une cascade de 10 sillages qui se translatent, qui équivaut à la sortie d'un domaine fictif amont (Fig. 2.1). La détermination de la condition limite d'entrée sera détaillée dans la section suivante Sec. 2.2. Les différentes caractéristiques de la configuration sont présentes dans les tables Table 2.1 et Table 2.2. En entrée et en sortie, des conditions limites avec traitement caractéristique (ou condition NSCBC, Navier Stokes Characteristic Boundary Condition, [36–38]). En entrée, 3 grandeurs doivent être fournies, u_0 , v_0 et T . Il est à noter que pour faciliter l'implémentation de la méthode chorochronique, en particulier pour éviter d'avoir à faire une interpolation, des mailles carrées sont utilisées.

2.2 Mise en place de la condition limite en entrée

Une fonction sinusoïdale de la vitesse représentant les sillages d'une cascade de pâles d'un domaine fictif amont est considérée :

$$u(x_i, t) = u_0 - \Delta u \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L}(y - V_{transl} t)\right) \quad , \quad (2.1)$$

$$v(x_i, t) = v_0 + \Delta v \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L}(y - V_{transl} t)\right) \quad . \quad (2.2)$$

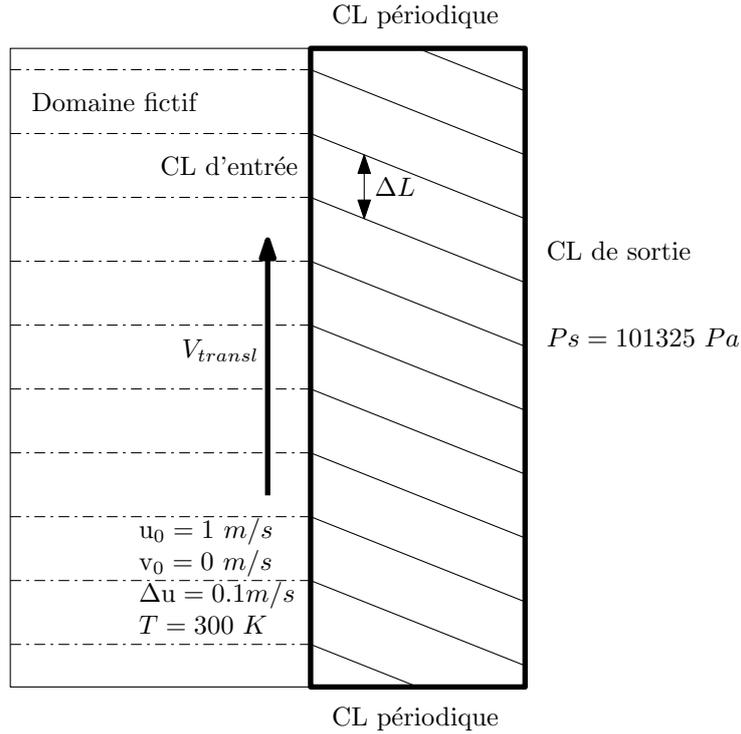


FIGURE 2.1 – Cas test périodique

Hauteur	6m
Longueur	2m
Taille de maille	0.01 m
ΔL	0.6 m

TABLE 2.1 – Dimensions du cas test

Entrée	
u_0	1 m/s
v_0	0 m/s
Δu	0.1 m/s
V_{transl}	0.3 m/s
T	300 K
Sortie	
P _s	101325 Pa

TABLE 2.2 – Configuration de l'écoulement

Dans ces équations, u et v sont respectivement les composantes horizontale et verticale, u_0 et v_0 leur valeur moyenne respective, Δu et Δv les amplitudes des variations des deux composantes, N le nombre de pales du domaine fictif à l'origine des sillages, k_u et k_v les nombres d'ondes et V_{transl} la vitesse de translation du domaine amont par rapport au domaine étudié. En fixant les coefficients de la vitesse horizontale u , il est possible d'exprimer les coefficients de la vitesse verticale v en fonction de ces derniers. La conservation de la masse donnée par l'Eq. (2.3) doit être respectée au niveau de la condition limite. En faisant les hypothèses d'un écoulement incompressible dans un écoulement en deux dimensions, l'équation peut être simplifiée sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{U}) = 0 \quad , \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad . \quad (2.4)$$

Dans ce cas, u et v dépendent à la fois du temps et de la coordonnée y , au niveau de la condition d'entrée. Pour faire le lien entre u et v , et afin de conserver le moment, l'Eq. (2.5) doit être

respectée :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u_i}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} . \quad (2.5)$$

Des hypothèses sont faites pour pouvoir obtenir une équation simplifiée pour la vitesse verticale v . En plus de considérer le fluide incompressible, la viscosité et les variations de pression sont négligées. L'Eq. (2.6) présente la simplification de l'équation de la conservation du moment,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u u}{\partial x} + \frac{\partial u v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial t} + 2u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 0 . \quad (2.6)$$

De plus, en considérant que la vitesse v est faible en comparaison des autres grandeurs, les gradients étant de même intensité, $v \frac{\partial u}{\partial y}$ peut être négligé :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y} = 0 . \quad (2.7)$$

En combinant les Eqs. (2.4) & (2.7), et en remarquant que les variations de u sont faibles devant u_0 , il est possible de trouver une relation Eq. (2.8) qui lie les deux composantes,

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{u_0} \frac{\partial u}{\partial t} . \quad (2.8)$$

En remplaçant u dans l'Eq. (2.8), on trouve enfin le couple (u, v) :

$$\begin{aligned} & \boxed{u(x_i, t) = u_0 - \Delta u \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L}(y - V_{transl} t)\right)} , \\ & \boxed{v(x_i, t) = v_0 + \frac{\Delta u}{u_0} V_{transl} \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L}(y - V_{transl} t)\right)} . \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.3 Validation de l'hypothèse chorochronique

La vitesse axiale, u , et celle transversale, v , du domaine simulé sont visualisées sur les Figs. 2.2a & 2.2b. L'idée est ici de valider l'hypothèse chorochronique avec pour cas de référence ce cas test périodique. Dans un cas classique mono canal, la hauteur du domaine de calcul du stator est différente de la hauteur du domaine de calcul du rotor. La distance ΔL équivaut à la distance intersillage du domaine fictif précédent (Fig. 2.1), et t_{sill} équivaut au temps qui sépare deux passages de sillages, $t_{sill} = \frac{\Delta L}{V_{transl}}$. Le domaine d'étude considéré aura alors pour hauteur $H_{domaine}$, pris de telle sorte que $\Delta L \neq H_{domaine}$. Des conditions limites inférieures et supérieures périodiques ne seront alors plus possibles puisque l'écoulement ne le sera plus. Pour faire cette simulation, il sera nécessaire de mettre en place des conditions chorochroniques.

Pour illustrer et valider l'hypothèse dans un cas précis, divisons le domaine périodique en 6, la nouvelle taille de domaine vaut alors $H_{domaine} = 1 \text{ m}$, comme décrit sur la Fig. 2.3a. Il y a donc un rapport de $\frac{6}{10}$ entre le domaine amont fictif et le domaine aval simulé dans ce cas précis. Il est maintenant possible de déterminer la période chorochronique et la distance chorochronique, notées respectivement t_{choro} et H_{choro} . La distance chorochronique correspond à la différence entre les deux domaines, soit $H_{choro} = H_{domaine} - \Delta L$, et donc ici $H_{choro} = 0.4 \text{ m}$. La période chorochronique, de la même manière, est égale à la différence entre deux passages de hauteur du domaine et la période de passage des sillages, soit $t_{choro} = t_{domaine} - t_{sill} = \frac{(H_{domaine} - \Delta L)}{V_{transl}}$, finalement $t_{choro} = \frac{4}{3} \text{ s}$. Sur la Fig 2.3b, ces différentes grandeurs sont représentées. L'aspect spatio-temporel se retrouve bien, le lien entre la distance H_{choro} et le temps t_{choro} devient plus clair. Évoluer d'un temps t_{choro} revient à déplacer les sillages d'une distance H_{choro} afin de

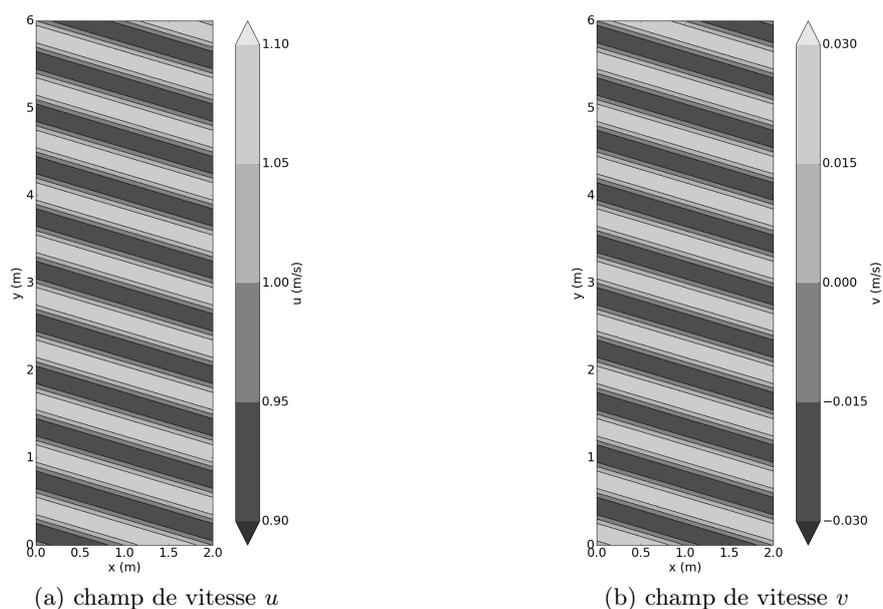


FIGURE 2.2 – Champs de vitesse du cas périodique

superposer les signaux des bords inférieur et supérieur du domaine. Ce sont sur ces deux bords que se porteront l'implémentation de la méthode chorochronique dans un premier temps.

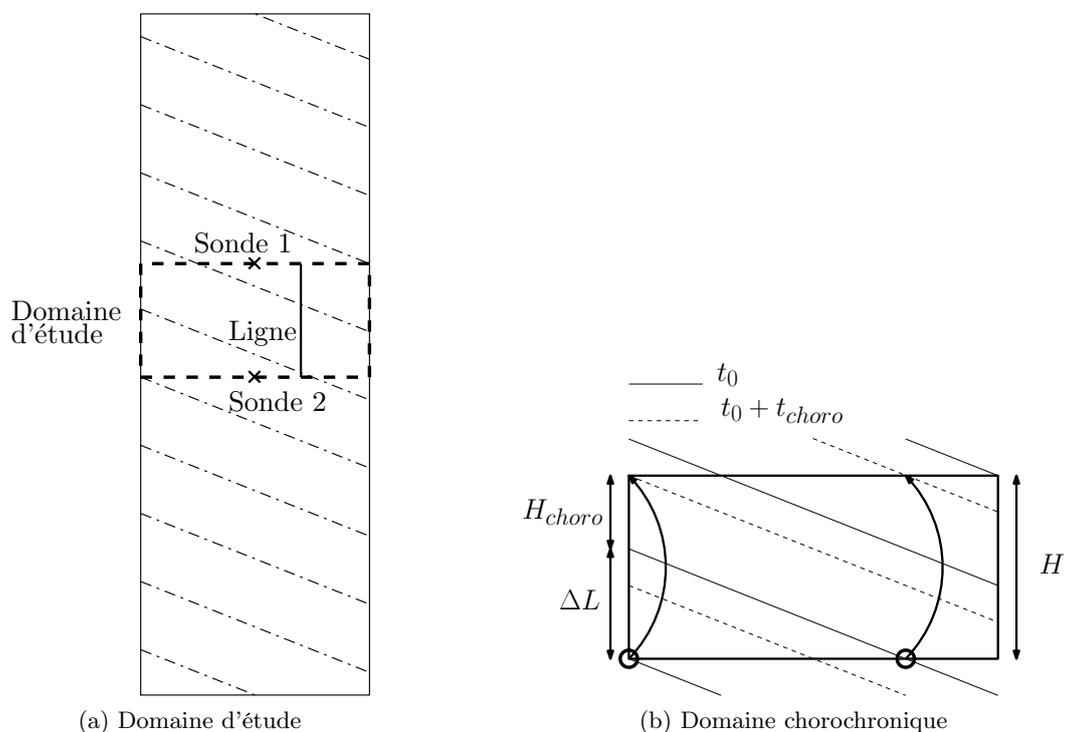


FIGURE 2.3 – Représentation du domaine chorochronique

Il existe plusieurs manières de valider l'implémentation de la condition chorochronique. Deux méthodes sont utilisées, celles ci sont décrites ci après et appliquées au cas de référence (Figs 2.2 & 2.3)

1. Deux sondes sont placées au niveau des bords supérieur et inférieur du domaine, décrites sur la Fig 2.3a, la première sonde sur le bord inférieur, la deuxième sur le bord supérieur. L'information au niveau de la deuxième sonde est en avance de phase d'un temps t_{choro} par rapport à l'information au niveau de la première sonde. C'est exactement ce qui est visible sur la Fig. 2.4a. Les deux informations sont déphasées exactement du temps chorochronique t_{choro} .
2. Pour la deuxième méthode, l'information est enregistrée sur une ligne verticale, donc normalement à l'écoulement. Un premier enregistrement est effectué à un temps de référence t_0 , puis un deuxième enregistrement est effectué à un temps $t_0 + t_{choro}$. Ici, le deuxième enregistrement est en avance de phase spatialement par rapport au premier enregistrement, comme il est possible d'observer sur la Fig. 2.4b. Les deux informations sont déphasées exactement de la distance chorochronique H_{choro} .

Les méthodes sont différentes, mais l'idée reste la même, il suffit de montrer qu'il existe un déphasage à la fois spatial de la distance H_{choro} et temporel du temps t_{choro} .

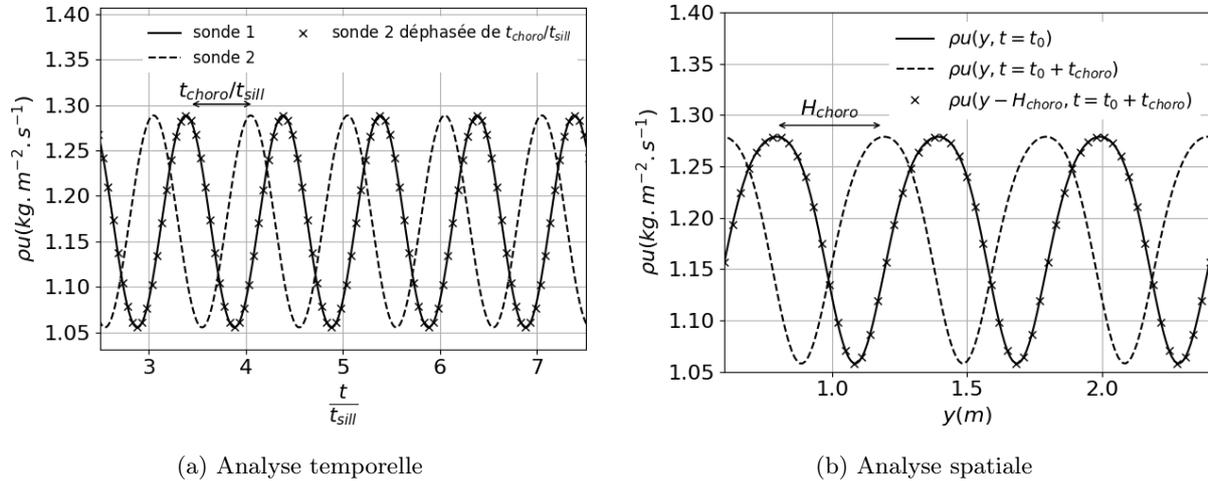


FIGURE 2.4 – Validation de l'hypothèse chorochronique sur le cas test périodique

2.4 Conclusion

Après avoir mis en place et validé un cas test où l'hypothèse chorochronique est applicable, il s'agit maintenant de mettre un place un domaine dont la hauteur n'est pas un multiple de la distance ΔL entre deux sillages. Un tel domaine devra nécessairement utiliser des conditions limites chorochroniques étant donné que la condition de périodicité des conditions limites inférieure et supérieure ne sera plus validée. Enfin, il s'agira d'implémenter sur le code AVBP une méthode permettant de reproduire un tel écoulement.

Implémentation d'une condition chorochronique

Ce chapitre a pour but l'implémentation d'une condition chorochronique sur les bords supérieurs et inférieurs d'un domaine en deux dimensions, en partant de la méthode des cellules fantômes. Le code étant compressible, des ondes de pressions sont à prévoir, et un traitement aux ondes sera nécessaire. Dans une première partie, la méthode de cellules fantômes sera utilisée, dans une deuxième partie, une méthode de condition limite caractéristique (NSCBC) sera considérée, et enfin, dans une troisième partie, un mélange des deux premières méthodes sera proposé comme solution pour évacuer les ondes tout en imposant des valeurs cohérentes.

Sommaire

3.1	Méthode 1 : cellules fantômes	23
3.1.1	Implémentation de la première méthode	24
3.1.2	Solution analytique des bords inférieures et supérieures	25
3.1.3	Mise en place de la simulation chorochronique et premiers résultats . . .	27
3.1.4	Déphasage de la condition limite inférieure	29
3.2	Méthode 2 : traitement par des conditions limites NSCBC	31
3.3	Méthode 3 : NSCBC et récupération interne au domaine	32
3.3.1	Mise en place et premiers résultats	32
3.3.2	Sillages définis par des fonctions Gaussiennes	35
3.3.3	Atténuation des ondes de pression	37
3.4	Conclusion	40

3.1 Méthode 1 : cellules fantômes

Il s'agit ici de mettre en place au niveau des deux bords inférieur et supérieur, une zone interne au domaine au sein de laquelle toutes les grandeurs conservatives sont collectées et envoyées et une zone de cellules fantômes où toutes les grandeurs conservatives sont réceptionnées, enregistrées, puis imposées avec un certain déphasage. Ce dispositif est détaillé sur la Fig. 3.1.

Les trois différentes étapes de la condition chorochronique sont les suivantes :

1. Une phase de réception et d'envoi de l'information depuis les zones d'envoi. Cette phase est instantanée et est effectuée à chaque itération. Aucune compression de l'information n'est effectuée pour l'instant, le coût en mémoire du stockage dans un cas en deux dimension est dérisoire.

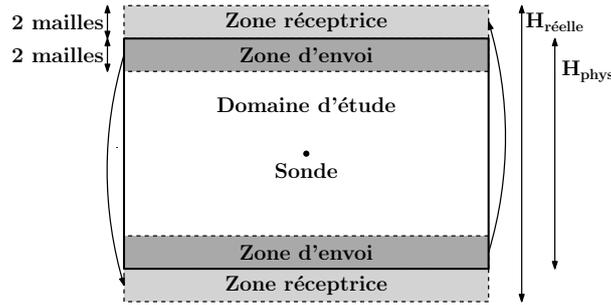


FIGURE 3.1 – Présentation de la première méthode

2. Une phase pendant laquelle les informations sont stockées dans la zone réceptrice pendant un certain temps t_{choro} . Cette phase est contraignante puisqu'elle empêche de pouvoir utiliser la condition chorochronique dès le début de la simulation. Un certain temps d'attente est nécessaire avant de pouvoir commencer à imposer les premières informations aux bords. Le fait de ne pas pouvoir appliquer la condition chorochronique dès le commencement de la simulation entraîne une phase transitoire assez importante qui déforme l'écoulement et provoque des ondes acoustiques difficiles à traiter par les conditions chorochroniques.
3. Une phase d'imposition, les informations sont imposées en dur sur les nœuds de la zone réceptrice (zone de cellules fantômes).

Il est donc nécessaire de rajouter une condition limite le temps que la condition chorochronique puisse être imposée (phase pré-chorochronique). Elle est désactivée par la suite (phase post-chorochronique).

Il est donc nécessaire de séparer deux phases dans la simulation :

- Une première étape, dite phase pré-chorochronique, pendant laquelle la condition chorochronique n'est pas appliquée. La durée minimale de cette phase est fixée par l'étape de stockage de la condition chorochronique, il est nécessaire qu'au moins un temps t_{choro} se soit écoulé. Une condition limite de substitution doit être imposée aux deux bords du domaine. Une condition d'entrée/sortie NSCBC sera utilisée.
- Une deuxième étape, dite phase chorochronique, qui est l'étape à partir de laquelle la condition chorochronique est appliquée. Les conditions limites de substitution sont alors désactivées. Le commencement de cette étape est fixée par l'utilisateur tant qu'elle vérifie la contrainte de la première étape.

3.1.1 Implémentation de la première méthode

La condition limite chorochronique, appliquée au code AVBP hautement parallèle et non structuré, demande une implémentation rigoureuse. Pour cette étude, afin d'écartier la nécessité de faire une interpolation, toutes les simulations ont été effectuées sur des maillages dont les mailles sont carrées et de même dimension. De même, le pas de temps Δt est fixé afin d'avoir une relation directe entre le nombre d'itérations et le temps physique.

La traitement de la condition limite chorochronique dans le code se divise en trois routines fortran :

1. Une première routine qui est appelée à l'initialisation de la simulation. Elle a différents buts, notamment :
 - initialiser différentes variables globales utiles pour le traitement de la chorochronie.

- délimiter les zones de cellules fantômes et d’envoi au niveau de chacune des conditions limites. Dans cette première méthode, la zone de réception et la zone d’envoi ont chacune pour hauteur deux nœuds.
 - identifier les nœuds en vis à vis au niveau des deux conditions limites, et créer une indexation entre ces nœuds.
2. Une deuxième routine est appelée à chaque itération. Elle permet de :
 - créer un communicateur MPI pour échanger les informations entre deux processeurs.
 - stocker l’information échangée dans une matrice de taille t_{choro} .
 3. Une dernière routine qui a pour but de récupérer l’information stockée au temps t_{choro} et d’imposer les variables à chaque itération dans la zone de réception.

Sous certaines hypothèses, il est possible de calculer la solution analytique des vitesses sur les bords inférieur et supérieur. Pour vérifier que les temps chorochroniques t_{choro} d’imposition sont les bons, et valider la compréhension des différents phénomènes mis en jeu, des valeurs analytiques seront imposées sur les bords inférieur et supérieur.

3.1.2 Solution analytique des bords inférieures et supérieures

En première approximation, il est possible de considérer que le motif d’entrée se translate à la vitesse u_0 , et donc il est possible de calculer de manière analytique la valeur de la vitesse aux conditions limites inférieure et supérieure. L’astuce consiste à imposer au niveau des deux conditions limites la solution analytique calculée, afin de s’affranchir du transitoire.

En utilisant le couple de vitesse (u, v) déterminé dans la Sec. 2.2, réécrit dans l’Eq. (3.1), et en prenant en compte différentes grandeurs rappelées dans la Table 3.1, il est possible de calculer les vitesses sur les deux bords inférieur et supérieur,

$$\begin{aligned} u(x_i, t) &= u_0 - \Delta u \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L}(y - V_{transl} t)\right) \quad , \\ v(x_i, t) &= v_0 + \frac{\Delta u V_{transl}}{u_0} \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L}(y - V_{transl} t)\right) \quad . \end{aligned} \quad (3.1)$$

u_0	1 m/s
v_0	0 m/s
Δu	0.1 m/s
V_{transl}	0.3 m/s
ΔL	0.6 m

TABLE 3.1 – Grandeurs caractérisant l’écoulement en entrée

En supposant que l’écoulement subit uniquement une advection à la vitesse u_0 , les valeurs de u_0 , v_0 et Δu ne sont pas modifiées. La seule variation qui interviendra est la longueur d’onde, ou passage de sillage, notées ΔL_{advect} , dans la direction axiale x . La longueur d’onde précédente ΔL ayant une vitesse de d’advection V_{transl} , la nouvelle aura une vitesse d’advection u_0 . La longueur d’onde ΔL_{advect} vérifie l’Eq. (3.2) :

$$\Delta L_{advect} = \Delta L \times \frac{u_0}{V_{transl}} = 2 \text{ m} \quad . \quad (3.2)$$

Le couple d’Eq. (3.3) analytiques sera imposé sur les conditions limites supérieure et inférieure et permettra une bien meilleure initialisation du problème,

$$\begin{aligned}
u(x_i, t)^{ana} &= u_0 - \Delta u \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L_{advect}}(x - V_{transl} t)\right) , \\
v(x_i, t)^{ana} &= v_0 + \frac{\Delta u V_{transl}}{u_0} \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta L_{advect}}(x - V_{transl} t)\right) .
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Le cas test utilisé est similaire au cas test périodique, seule la hauteur du domaine est différente. Dans un premier temps, la hauteur H_{phys} de ce domaine physique vaudra $\frac{3}{2}\Delta L$, ΔL étant la distance intersillage. La construction du domaine impose alors une hauteur légèrement supérieure, qui compte les 2 zones de cellules fantômes. Les différentes grandeurs utilisées sont explicitées dans les Tables 3.2 & 3.3. Une condition limite d'entrée/sortie est utilisée pour les conditions limites supérieure et inférieure afin de remplacer la condition chorochronique lorsque celle ci n'est pas applicable (phase pré-chorochronique), les valeurs cibles étant u^{CL} , v^{CL} , T^{CL} et Ps^{CL} . Dans ce cas, les valeurs de u^{CL} et v^{CL} sont données par le couple (u^{ana}, v^{ana}) analytique déterminé dans l'Eq. (3.3).

H_{phys}	0.9 m
$H_{réelle}$	0.94 m
Longueur	2 m
Taille de maille	0.01 m
ΔL	0.6 m

TABLE 3.2 – Dimensions du cas test

Entrée		CL inf et sup	
u_0	1 m/s	u^{CL}	u^{ana}
v_0	0 m/s	v^{CL}	v^{ana}
Δu	0.1 m/s	T^{CL}	300 K
V_{transl}	0.3 m/s	Ps^{CL}	101325 Pa
T	300 K		
Sortie			
Ps	101325 Pa		

TABLE 3.3 – Configuration des conditions limites

La première imposition chorochronique intervient sur le bord supérieur au bout de $3 t_{choro}$, soit $1.5 t_{sill}$. Les temps seront toujours adimensionnés par la période de passage des sillages t_{sill} . Le déclenchement de la condition chorochronique sur le bord inférieur, lui, intervient au bout de $3 t_{sill}$. Différents déclenchements ont été étudiés, avec une phase pré-chorochronique plus ou moins longue, des écart entre les deux déclenchements plus ou moins longs. Mais les résultats sont semblables et les conclusions restent les mêmes.

Cette simulation permet de montrer la cohérence temporelle de la condition chorochronique, comme il est possible de l'observer sur la Fig. 3.2, qui compare le champ de cette simulation au champ de la simulation périodique, qui constituera une référence, au temps $t = 7t_{sill}$. Le champ de vitesse est légèrement déformé, ce qui est surtout visible en comparant les Figs. 3.2a & 3.2b, avec une survitesse visible sur le cas chorochronique qui n'est pas présent sur le cas périodique, mais globalement, les valeurs issues de la simulation chorochronique sont très proches des valeurs du cas de référence.

Cependant, au bout d'un certain temps, le calcul diverge. Le cas ne converge pas à cause d'ondes de pression qui déstabilisent de manière régulière l'écoulement, ce qui est confirmé par la sonde (Fig. 3.3). Cette première onde de pression, qui correspond à la mise en place de la condition chorochronique, est enregistrée par les conditions chorochroniques, ce qui causera une nouvelle onde, une période chorochronique t_{choro} plus tard, et donc toutes les $0.5 t_{sill}$, une nouvelle onde se propage. Ce phénomène s'amplifie et se cumule, ce qui fait diverger le calcul.

Cette méthode semble montrer que les temps chorochroniques utilisés sont les bons. Cependant, il y a un problème d'onde acoustique qu'il faut résoudre afin d'éviter que le calcul ne diverge.

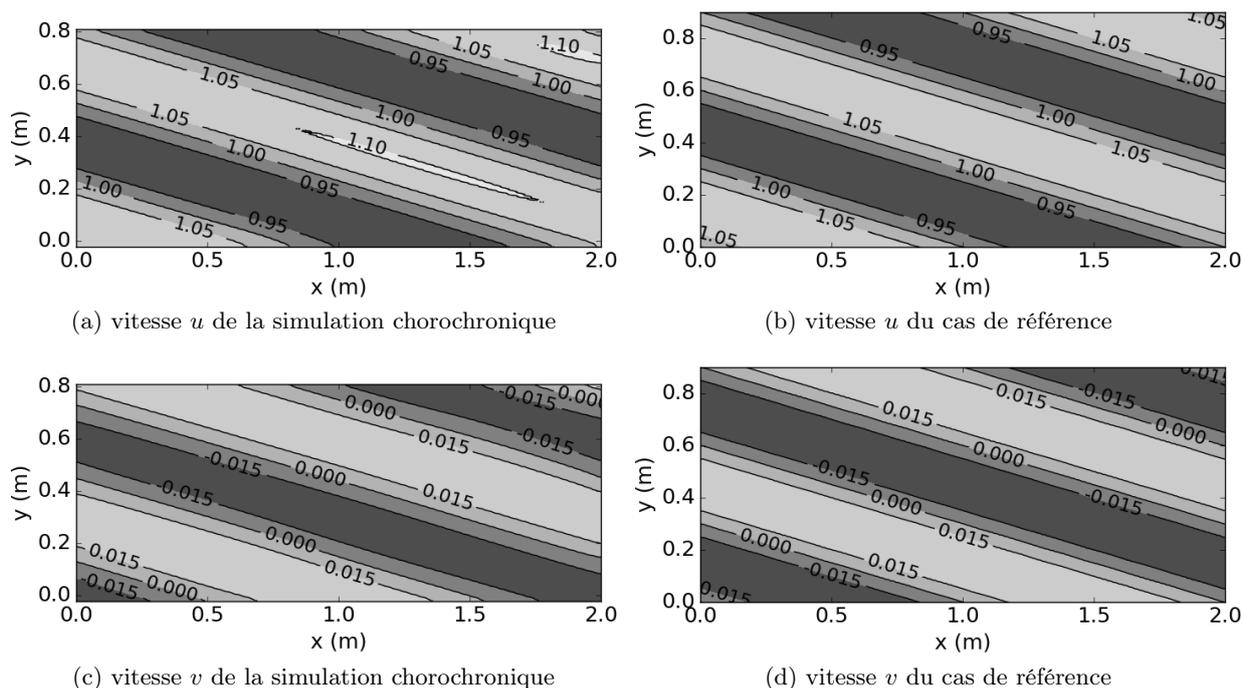


FIGURE 3.2 – Comparaison entre la méthode chorochronique et le cas de référence au temps $t = 7 t_{sill}$

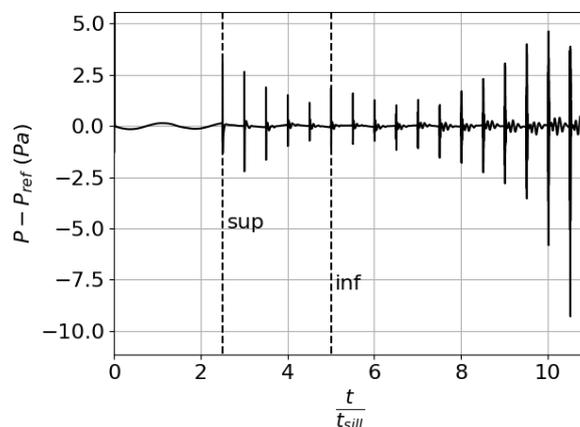


FIGURE 3.3 – Variation de pression en fonction du temps au centre du domaine

3.1.3 Mise en place de la simulation chorochronique et premiers résultats

Le cas test utilisé est similaire au cas test précédent, seule l'imposition au niveau des bords inférieur et supérieur varie. L'idée était de voir comment se comporte le transitoire sans imposer de condition analytique *ad hoc* sur les conditions limites azimuthales pendant la phase pré-chorochronique. Cette simulation et les suivantes utiliseront des conditions inférieur et supérieur stationnaires, qui restent fixes pendant toute la phase pré-chorochronique. Elles sont désactivées par la suite. Les différentes conditions limites utilisées sont explicitées dans la Table 3.4, notamment les valeurs des composantes de la vitesse aux bords inférieur et supérieur qui sont fixes.

De nouveau, le calcul diverge complètement après quelques passages de sillages. A partir d'un

Entrée		CL inf et sup	
u_0	1 m/s	u^{CL}	1 m/s
v_0	0 m/s	v^{CL}	0 m/s
Δu	0.1 m/s	T^{CL}	300 K
V_{transl}	0.3 m/s	P_s^{CL}	101325 Pa
T	300 K		
Sortie			
P_s	101325 Pa		

TABLE 3.4 – Configuration des conditions limites

certain moment, il est possible d'observer des variations importantes de la vitesse sur la sonde, jusqu'au moment où le calcul diverge complètement (Fig. 3.4a). En observant la variation de pression relativement à la pression de référence, sur la Fig. 3.4b, la sonde étant au centre du domaine, il s'avère que des ondes de pression traversent le domaine et perturbent totalement l'écoulement. En effet, à partir du moment où sont imposées les conditions limites chorochroniques, étant donné que le calcul est compressible, une onde de pression apparaît, ce qui correspond aux pics visibles sur la Fig. 3.4b.

Ici, la première imposition chorochronique intervient sur le bord supérieur au bout de $1.5 t_{choro}$ et au bout de $3 t_{sill}$ pour le bord inférieur.

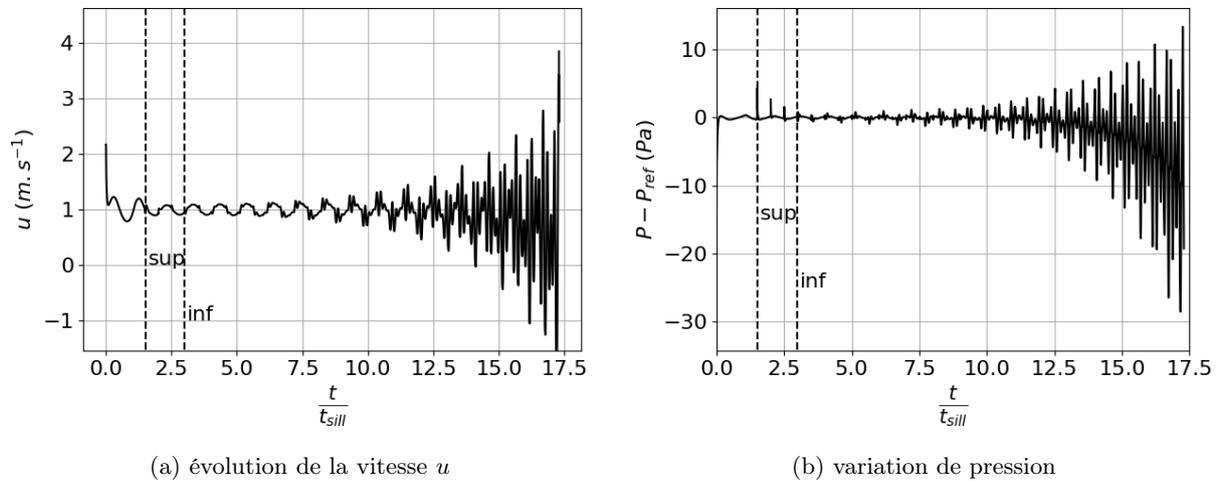
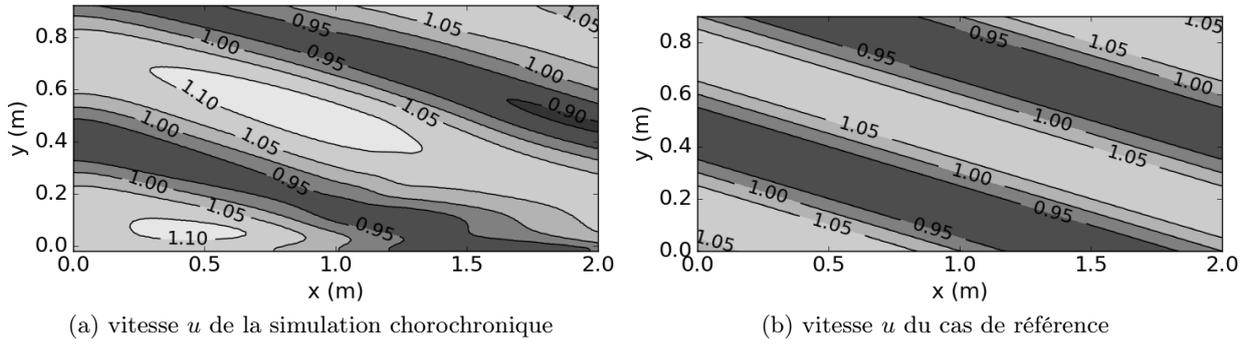


FIGURE 3.4 – Évolution temporelle de la pression et de la vitesse au centre du domaine

Le résultat instantané de la composante u de la simulation chorochronique au temps $t = 5 t_{sill}$ est représenté sur la Fig. 3.5a et comparé au résultat du cas de référence périodique représenté Fig. 3.5b. Ici encore, la condition chorochronique semble donner de bonnes valeurs. En effet, bien que l'écoulement soit déformé par rapport au cas test périodique, et qu'il y ait des variations de la vitesse plus importantes, au niveau des bords inférieur et supérieur, les valeurs sont relativement proches des valeurs attendues.

Jusqu'alors, la hauteur du domaine physique H_{phys} a toujours été fixée à $\frac{3}{2}\Delta L$. En effet, en prenant une valeur différente, les vitesses ne concordaient plus au niveau du bord inférieur, et le calcul divergeait très rapidement. Étant donné qu'il est possible d'imposer des conditions

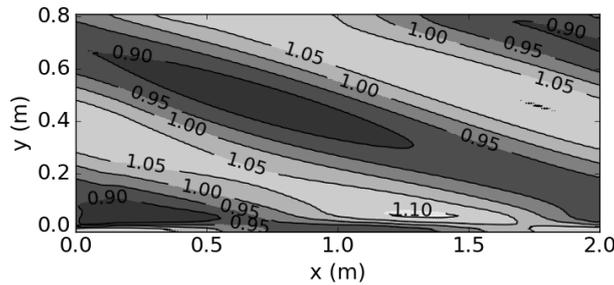
FIGURE 3.5 – Comparaison entre la première méthode et le cas de référence au temps $t = 5 t_{sill}$

analytiques connues aux bords inférieur et supérieur, c'est l'occasion de comprendre un peu mieux d'où vient cet écart.

3.1.4 Déphasage de la condition limite inférieure

Suite à la mise en place d'une solution analytique aux bords inférieur et supérieur, il a été possible de vérifier la condition chorochronique sur différentes hauteurs de domaine de calcul et d'essayer de comprendre pourquoi le cas se déstabilisait complètement lorsque la hauteur du domaine ne vérifiait pas l'Eq. (3.4). Dans le cas précédent, la hauteur du domaine de calcul était exactement de $\frac{3}{2}\Delta L$, et vérifiait donc cette équation. Dans la simulation présentée dans cette section, la hauteur de domaine vaut $\frac{4}{3}\Delta L$. La période chorochronique t_{choro} a été adaptée en fonction. La Fig. 3.6 représente le champ de vitesse u de cette simulation à $t = 5.5 t_{sill}$ (c'est à dire $2 t_{sill}$ après l'imposition de la condition chorochronique du bord inférieur). Sur la figure, le champ de vitesse du bord supérieur semble être proche du champ de référence, par contre, les valeurs au niveau du bord inférieur sont totalement différentes des valeurs de référence,

$$H_{\text{domaine}} = \frac{k}{2}\Delta L \quad , \quad k \in \mathbb{N}^* \quad . \quad (3.4)$$

FIGURE 3.6 – Champ de vitesse u à $t = 5.5 t_{sill}$

En regardant la variation de la vitesse au cours du temps au niveau du bord inférieur sur la Fig. 3.7a, la vitesse est perturbée au niveau de l'imposition de la condition chorochronique ($t = 3.5 t_{sill}$). En effet, la vitesse suivait une fonction sinusoïdale de période 2 secondes, puis un saut apparaît à l'instant même où la condition chorochronique est appliquée, et le signal suit de nouveau la même fonction sinusoïdale, mais déphasé de $\frac{2\pi}{3}$, soit $2\pi \frac{t_{choro}}{t_{sill}}$, avec $t_{sill} = \frac{\Delta L}{V_{transl}}$ la période de passage des sillages qui est aussi égale à la période des sinusoïdes étudiées. Les deux courbes théoriques des bords inférieur et supérieur sont tracées sur la Fig. 3.7b. La courbe du bord supérieur est en retard de phase d'une valeur $2\pi \frac{t_{choro}}{t_{sill}}$.

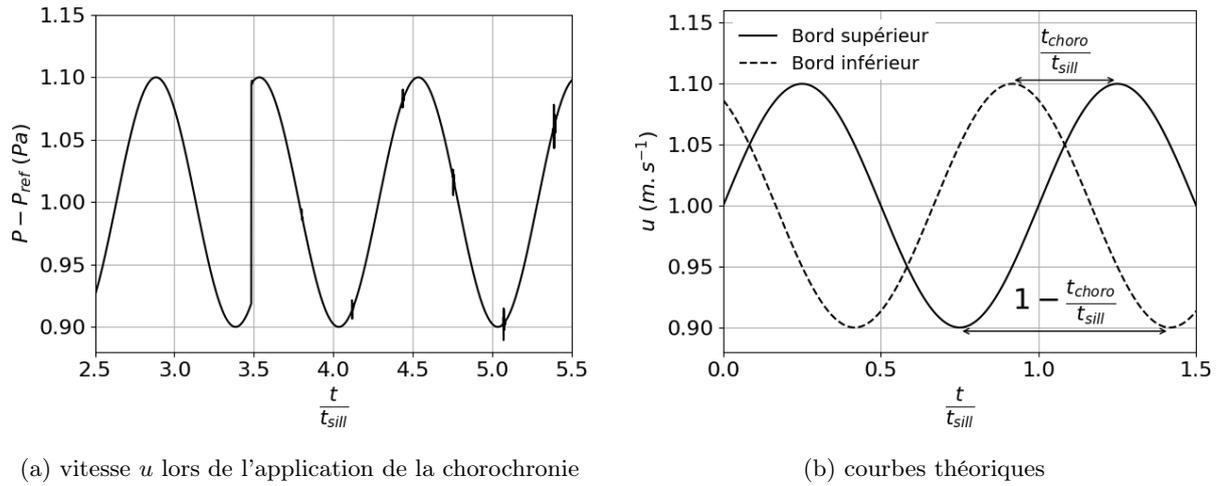


FIGURE 3.7 – Mise en évidence du déphasage aux bords

L'erreur qui a été commise vient du fait que dans un cas (bord supérieur), la courbe est en retard de phase, il est donc possible de récupérer l'information précédente avec un déphasage de $2\pi \frac{t_{choro}}{t_{sill}}$, mais dans l'autre cas (bord inférieur), la courbe est en avance de phase avec un déphasage de $2\pi \frac{t_{choro}}{t_{sill}}$, et est donc en retard de phase avec un déphasage de $2\pi (1 - \frac{t_{choro}}{t_{sill}})$. L'information disponible étant nécessairement une information antérieure, il est donc obligatoire d'effectuer la distinction entre les deux, et toujours chercher la phase qui place la courbe du bord en retard de phase par rapport à la courbe du bord opposé.

Toutes les études précédentes ont été effectuées avec une hauteur toujours égale à $\frac{3\Delta L}{2}$, soit $t_{choro} = \frac{t_{sill}}{2}$. Ce problème avait donc été évité puisque $t_{choro} = t_{sill} - t_{choro}$, et donc les deux déphasages étaient égaux et valaient π . Pour la suite, la différence de déphasage a été prise en compte. Ainsi, sur la Fig. 3.8a, qui reprend la même simulation que la précédente, c'est à dire avec une hauteur de $H_{domaine} = \frac{4}{3}\Delta L$, mais avec le bon déphasage, les deux bords imposent des valeurs cohérentes vis à vis de la simulation de référence. Il n'y a plus aucun déphasage du signal sinusoïdal comme l'illustre la Fig. 3.8b. Par la suite, les simulations pourront être effectuées quelque soit la hauteur du domaine, en adaptant à chaque fois la période t_{choro} en conséquence. Il faut donc retenir que dans le cas d'un étage où le domaine amont a une vitesse relative du bas vers le haut par rapport au domaine aval :

- Le déphasage à imposer sur le bord supérieur doit être de $2\pi \frac{t_{choro}}{t_{sill}}$
- Le déphasage à imposer sur le bord inférieur doit être de $2\pi (1 - \frac{t_{choro}}{t_{sill}})$

L'inverse se produit dans le cas où le domaine amont a une vitesse du haut vers le bas relativement au domaine aval.

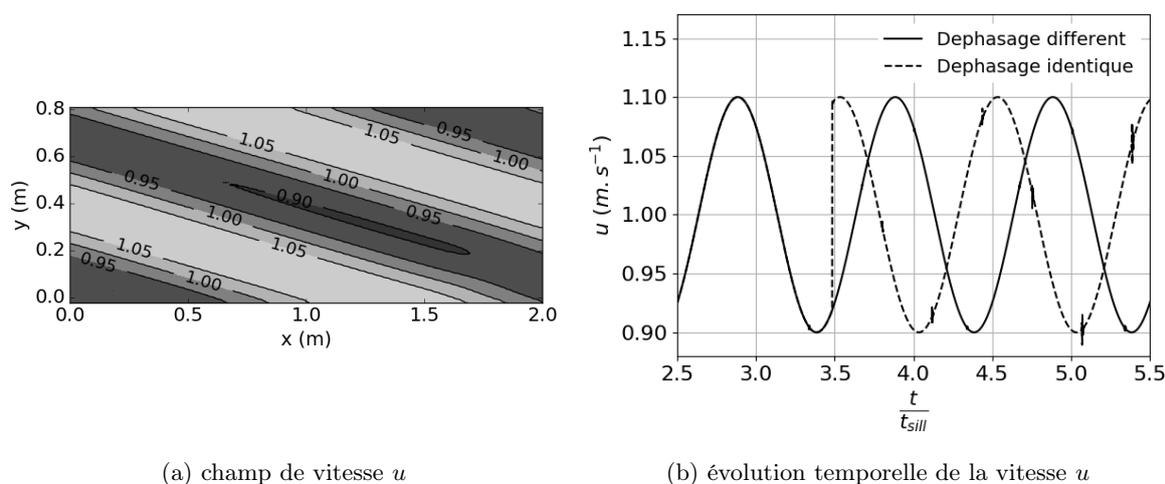


FIGURE 3.8 – Validation du déphasage

Par contre, la simulation diverge toujours au bout d'un certain temps. Le problème provient sans doute des conditions limites chorochroniques, il n'y a aucun traitement aux limites, les grandeurs conservatives sont imposées en dur. Il convient donc de trouver un moyen d'éliminer ces ondes de pression, ou du moins de faire en sorte qu'elles s'atténuent. Une deuxième méthode qui se base sur les conditions limites caractéristiques NSCBC va être investiguée pour tenter d'évacuer les pressions acoustiques.

3.2 Méthode 2 : traitement par des conditions limites NSCBC

La deuxième méthode utilisée se fonde sur l'idée d'une condition limite entrée/sortie NSCBC, c'est à dire une condition limite caractéristique, afin de faire converger le calcul en essayant de traiter les ondes pour qu'elles ne soient pas réfléchies indéfiniment à l'intérieur du domaine. Le principe est légèrement différent de la première méthode présentée dans la section précédente. Les informations sont récupérées directement au niveau du bord de la simulation, sans zone de réception ni cellule fantôme. Les valeurs récupérées au niveau de la condition limite inférieure sont alors stockées, puis réimposées avec un déphasage sur la condition limite supérieure, et réciproquement. Cette méthode est représentée sur la Fig. 3.9.

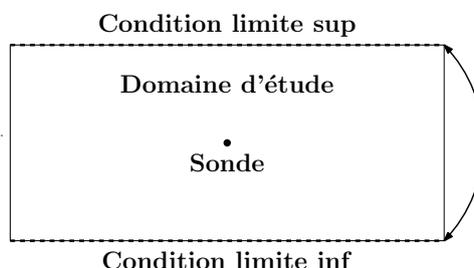


FIGURE 3.9 – Présentation de la deuxième méthode

Les différentes phases sont :

1. L'information fluide est récupérée sur une des conditions limites (inférieure ou supérieure).
2. L'information est envoyée, puis stockée pendant toute la durée du déphasage sur les nœuds de la condition limite opposée.

3. Les valeurs cibles u^{CL} , v^{CL} , T^{CL} et Ps^{CL} de la condition limite entrée/sortie NSCBC opposée prennent les valeurs stockées, au déphasage près.

Dans cette méthode, ce sont les valeurs cibles des deux conditions limites entrée/sortie NSCBC qui sont modifiées, ce qui permet le traitement des ondes. La simulation ne diverge pas et est stable, comme il est notable sur la Fig. 3.10, où la variation de pression se stabilise, malgré des pics de pression importants lors de la mise en place des conditions chorochroniques. La méthode semble donc être une bonne solution pour atténuer les ondes de pression mises en place lors de l'application des conditions limites chorochroniques.

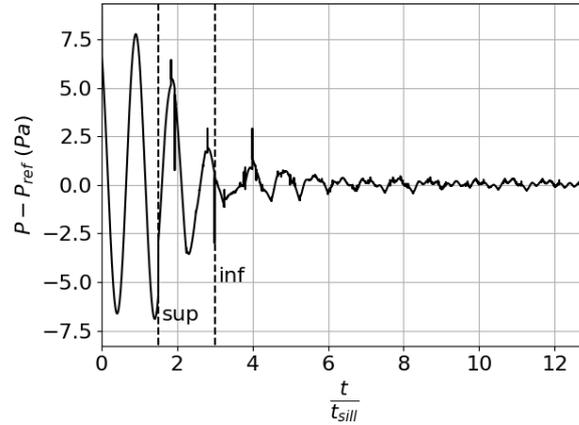


FIGURE 3.10 – Variation de la pression de la méthode 2 au centre du domaine

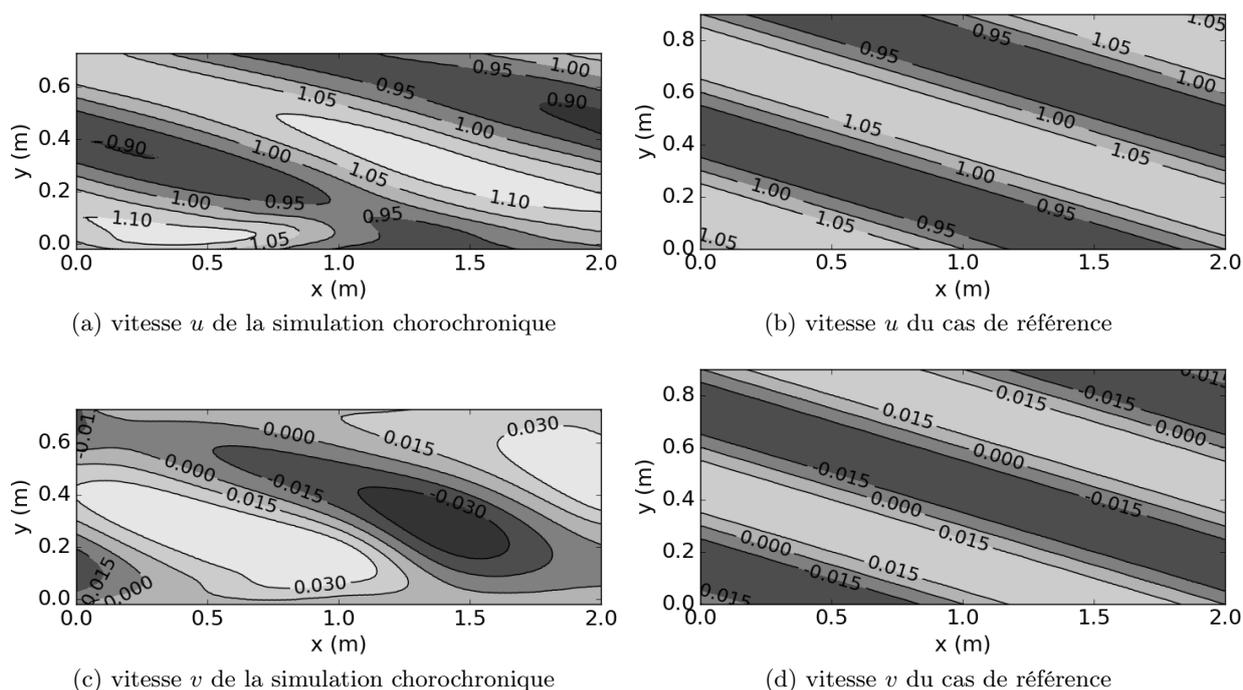
Par contre, lorsqu'il s'agit de comparer les champs de vitesse, il est clair que les champs ne sont pas bons. Des déformations commencent à être visibles en comparant la vitesse u des Figs. 3.11a & 3.11b, mais c'est encore plus flagrant en comparant la vitesse v présentée sur les Figs. 3.11c & 3.11d. En effet, la vitesse v au niveau des conditions limites inférieure et supérieure est presque nulle.

Le problème de cette méthode vient du fait que les bords voient toujours une information qui est mauvaise, et échangent à chaque itération cette mauvaise information. Il semble donc nécessaire de mélanger les deux idées utilisées dans les deux précédentes méthodes. La première qui consiste à récupérer l'information à l'intérieur du domaine plutôt que directement sur les nœuds de la condition limite opposée, et la deuxième qui permet de gérer de manière efficace les ondes de pression. Il faut toutefois noter que pour l'instant, les ondes de pressions peuvent sortir du domaine, mais il n'y a pas de traitement particulier pour les réintégrer au domaine. En effet, les vitesses de ces ondes de pression ne sont pas du tout les mêmes que les vitesses d'advections. Il serait intéressant par la suite de prendre en compte ces nouvelles vitesses $v + c$ et $v - c$.

3.3 Méthode 3 : NSCBC et récupération interne au domaine

3.3.1 Mise en place et premiers résultats

La troisième méthode est un mélange entre les deux premières. Les conditions limites sont des entrées/sorties avec un traitement NSCBC, et l'information est récupérée sur une ligne parallèle à chaque condition limite distante de $10 \Delta x$, avec Δx la taille d'une maille, afin d'obtenir une information interne au domaine, et pas uniquement sur la condition limite. Cette distance est un bon compromis entre une information suffisamment loin des bords pour réduire leur influence et qui permet une convergence rapide vers un cycle limite, mais de taille raisonnable au regard de la hauteur H_{domaine} du domaine. La méthodologie est semblable à celle de la deuxième méthode,

FIGURE 3.11 – Comparaison entre la deuxième méthode et le cas de référence au temps $t = 5t_{sill}$

mise à part la localisation de la ligne d'envoi. Une représentation de cette mise en place se retrouve sur la Fig. 3.12.

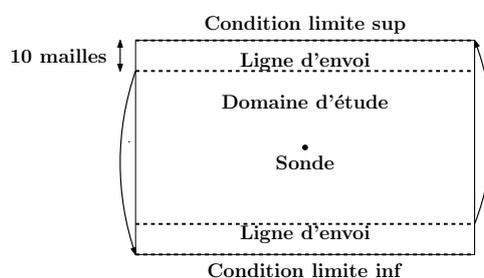


FIGURE 3.12 – Présentation de la troisième méthode

Il est tout d'abord bon de noter que le calcul ne diverge pas et est stable. Tout comme dans le calcul de la section précédente, la différence de pression tend vers la valeur de référence et atteint une faible oscillation, parsemée de pics réguliers espacés de t_{choro} . Cette constatation est faite au travers de la Fig. 3.13 qui représente les variations de pression sur une période de passage de sillage.

En observant maintenant les champs de vitesse u et v et en les comparant avec la référence périodique, les résultats commencent à devenir satisfaisants. Les Figs. 3.14a & 3.14b montrent que l'écoulement axial est très proche de la référence, de légers excédents et déficits de vitesses sont visibles. Les Figs. 3.14c & 3.14d montrent de plus fortes distorsions du champ de vitesse v qui s'expliquent sans doute par les pics de pressions et les traces du transitoire observés précédemment.

De manière plus quantitative, il est possible de comparer les vitesses des deux simulations. Comme observé précédemment, les composantes u sont très proches l'une de l'autre, et sur la sonde (Fig. 3.15a), l'amplitude est plus importante dans le cas de la condition chorochronique,

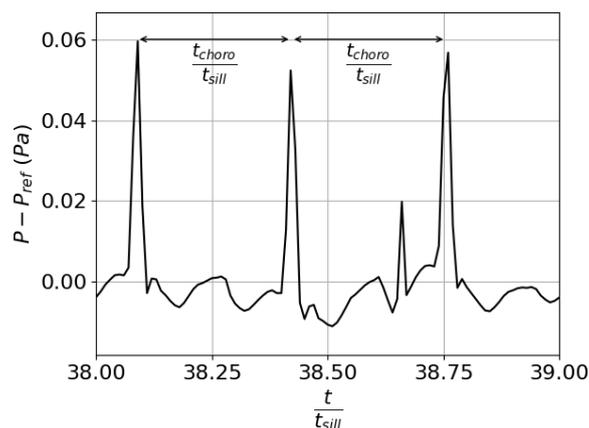
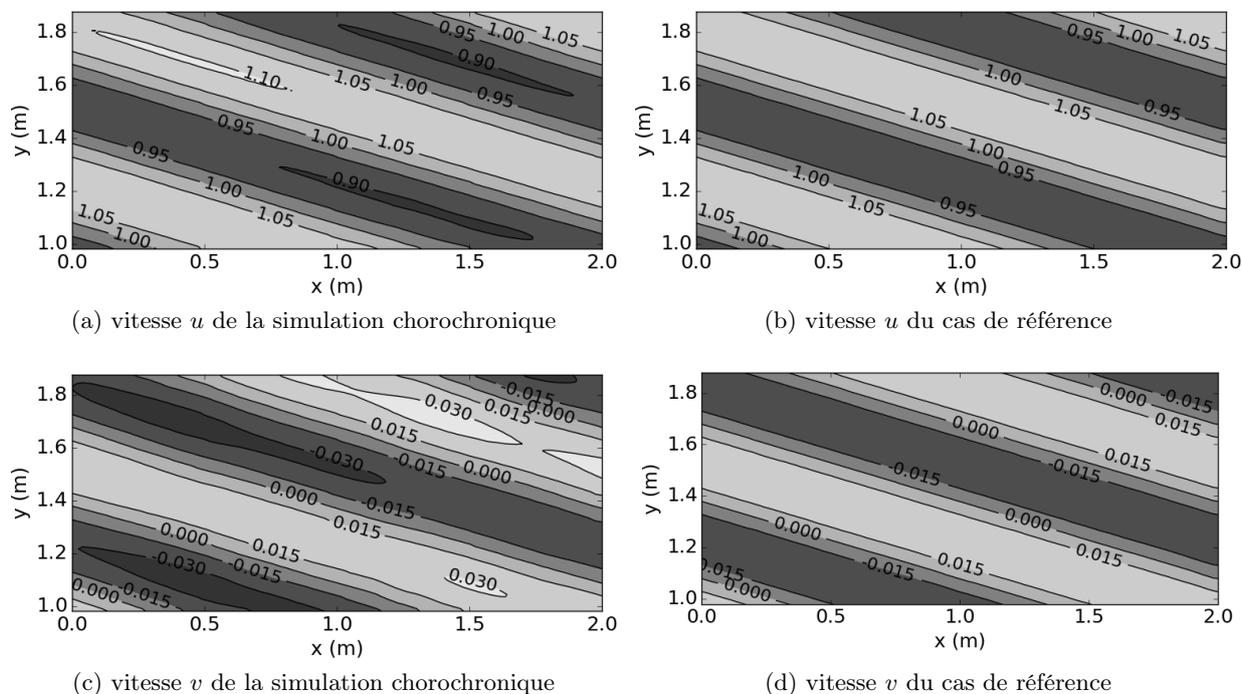


FIGURE 3.13 – Variation de la pression de la méthode 3

FIGURE 3.14 – Comparaison entre la simulation chorochronique et le cas de référence pour $t = 8 t_{sill}$

avec notamment un minimum plus prononcé que dans le cas périodique. La Fig. 3.15b permet de mettre en évidence des écarts plus importants, encore une fois prononcés au niveau des extrema. Il est à noter que les variations sont plus importantes pour la vitesse v étant donné les échelles. En effet, sur le cas périodique, la vitesse u oscille entre 0.9 m.s^{-1} et 1.1 m.s^{-1} , alors que la vitesse v oscille entre -0.03 m.s^{-1} et 0.03 m.s^{-1} . Ces maxima et ces minima plus importants dans le cas chorochronique s'expliquent par un cisaillement qui a tendance à perturber et à déformer l'écoulement. Et il semblerait que ce cisaillement soit lié aux variations de pression. En effet, sur la Fig. 3.15b, des ruptures de pente sont observables. Ces ruptures de pentes concordent parfaitement avec les pics de pression observés précédemment sur la Fig. 3.13. Les écarts relatifs e définis par l' Eq. (3.5) des deux vitesses u et v ne dépassent pas les 2% pour la première, et 10% pour la deuxième,

$$e = \frac{|u_i(t) - u_{i,ref}(t)|}{2\Delta u_{i,ref}} . \quad (3.5)$$

Avec $u_i(t)$ la valeur de chaque composante au temps t , $u_{i,ref}(t)$ la valeur de chaque composante du cas de référence, et $\Delta u_{i,ref}$ l'amplitude des variations de chaque composante du cas de référence.

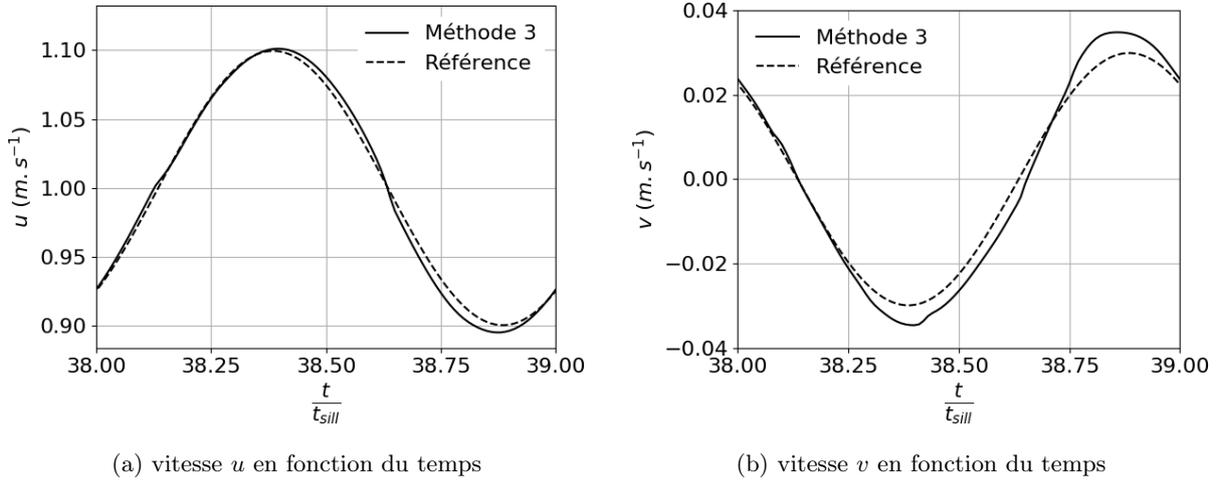


FIGURE 3.15 – Comparaison entre la troisième méthode et le cas de référence au centre du domaine

3.3.2 Sillages définis par des fonctions Gaussiennes

Il s'agit maintenant de tester la condition limite en l'état sur un cas test similaire, mais plus proche de ce qui peut se trouver dans un cas turbomachine, c'est à dire une cascade de fonctions Gaussiennes plutôt qu'une sinusoïde. De manière similaire à ce qui a été fait dans la Sec. 2.2, il est possible de déterminer le sillage théorique de la condition d'entrée. Ainsi, les vitesses u et v suivent l'Eq. (3.6),

$$\begin{aligned} u(x_i, t) &= u_0 - \Delta u \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{(y - y_{cible})^2}{2(\delta_{sillage})^2}\right) , \\ v(x_i, t) &= v_0 + \frac{\Delta u V_{transl}}{u_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{(y - y_{cible})^2}{2(\delta_{sillage})^2}\right) , \end{aligned} \quad (3.6)$$

avec $y_{cible} = V_{transl}t + n\Delta L$ et $\delta_{sillage} = \frac{\Delta L}{6}$.

Les vitesses sont construites sur la base d'une série de fonctions Gaussiennes de centre cible y_{cible} et d'écart type $\delta_{sillage}$.

De la même manière que pour le cas de référence avec la condition limite sinusoïdale, un cas de référence a tout d'abord été réalisé avec pour conditions limites inférieures et supérieures, des conditions périodiques. La hauteur du domaine est fixée de telle sorte que 10 sillages sont représentés sur la taille du domaine. Les différentes caractéristiques de la configuration sont présentées dans les Tables 3.5 & 3.6. Cette simulation servira de référence pour la suite des calculs effectués.

La cas chorochronique est construit comme précédemment, avec deux lignes de capture de l'information de part et d'autre du domaine. La hauteur fictive du domaine étant fixée arbitrairement à $\frac{4}{3}\Delta L$, soit 0.8 m , la taille réelle du domaine de calcul aura pour valeur 0.9 m (Table 3.5). Les caractéristiques de l'écoulement restent les mêmes que pour le cas périodique.

Hauteur périodique	6 m
Hauteur physique	0.8 m
Hauteur réelle	0.9 m
Longueur	2 m
Taille de maille	0.01 m
ΔL	0.6 m

TABLE 3.5 – Dimensions

Entrée		CL inf et sup	
u_0	1 m/s	u	1 m/s
v_0	0 m/s	v	0 m/s
Δu	0.1 m/s	T	300 K
V_{transl}	0.3 m/s	Ps	101325 Pa
T	300 K	Sortie	
$\delta_{sillage}$	0.1 m	Ps	101325 Pa

TABLE 3.6 – Configuration de l'écoulement

Sur les Fig. 3.16b & 3.16d qui représentent la vitesse du cas de référence, les effets de dissipation de l'écoulement ont pour conséquence un élargissement du sillage, ce qui se traduit par une diminution de la vitesse axiale au centre du sillage et une augmentation à l'extérieur des sillages. Les perturbations de vitesse du cas chorochronique visibles sur les Figs. 3.16a & 3.16c semblent au premier abord plus importantes que dans le cas étudié auparavant. Cela vient sans doute du faible écart type des fonctions Gaussiennes qui impliquent de plus grands gradients de vitesse.

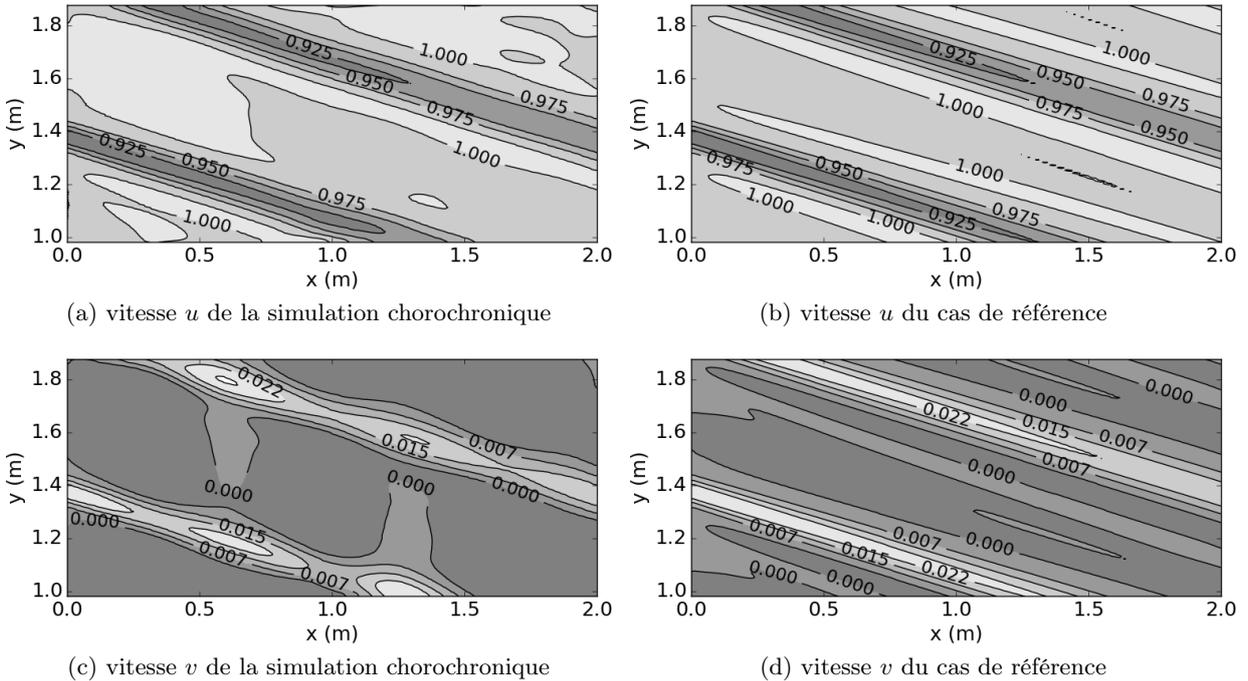


FIGURE 3.16 – Comparaison entre la simulation avec sillages et le cas de référence

Les Figs. 3.17a & 3.17b donnent une vision plus quantitative des composantes de la vitesse. En effet, encore une fois, la vitesse axiale u est relativement proche du cas de référence. Il y a cependant une accélération qui apparaît après le passage du sillage, aux alentours de $\frac{t}{t_{sill}} = 38.35$, qui se retrouve aussi sur la Fig. 3.16a. Cette accélération est aussi présente dans le cas périodique mais est clairement plus marquée pour le cas chorochronique. La vitesse verticale v par contre oscille autour des valeurs de référence sans jamais se stabiliser. L'écart type de u ne dépasse pas

les 2% en dehors de l'accélération du passage du sillage, et atteint 15% à ce niveau là. L'écart type de v par contre atteint les 30%.

Le cisaillement étant plus grand, les variations de pression le sont d'autant plus (Fig. 3.17c). Simultanément aux pics de pression qui apparaissent de manière périodique avec une période temporelle t_{choro} , des variations continues sont visibles contrairement au cas avec des sinusoïdes, et semblent avoir la même période t_{choro} . Cette nouvelle variation de pression ne semble pas être liée aux pics de pression, mais plutôt liée à l'écoulement lui même. Une mauvaise imposition de la condition limite d'entrée est l'hypothèse la plus probable. En effet, la pression est imposée de manière constante sans se soucier des variations de vitesse. A cela s'ajoute un problème de transitoire qui ne semble pas totalement s'évacuer.

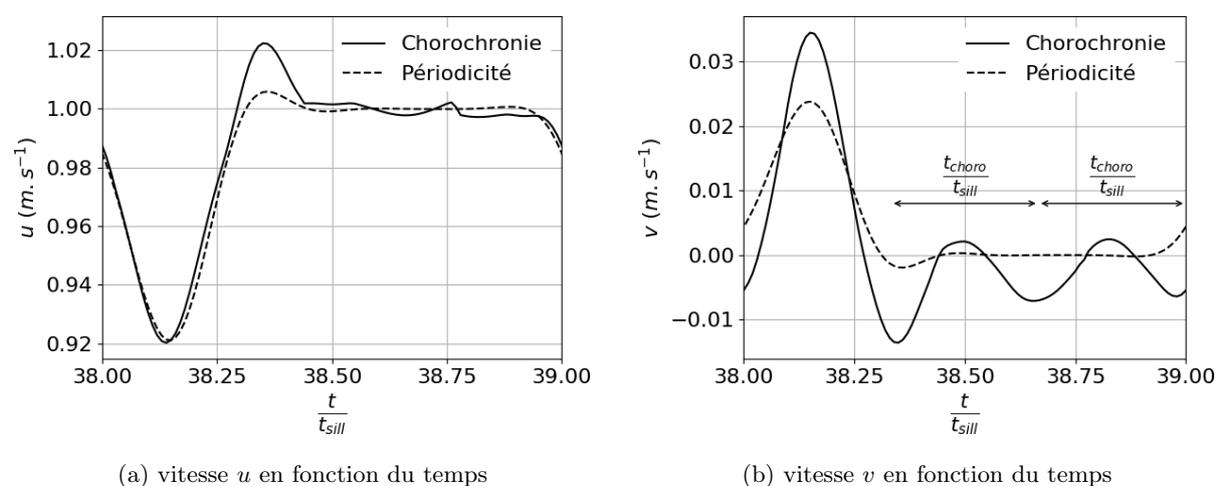


FIGURE 3.17 – Variations temporelles des différentes grandeurs au centre du domaine

Il s'agit maintenant de résoudre le problème des pics de pression observables en condition chorochronique, et qui semblent être à l'origine des instabilités qui perturbent l'écoulement en augmentant le cisaillement.

3.3.3 Atténuation des ondes de pression

La première idée afin de réduire les pics de pression est de ne pas imposer la condition limite chorochronique de manière abrupte, mais d'échelonner son application dans le temps. La méthode

reste semblable, une nouvelle étape est cependant ajoutée :

- la première étape reste inchangée, c'est la période pendant laquelle la chorochronie n'a pas suffisamment de contenu pour pouvoir être utilisée. $u^{CL} = u_{ref}$, $v^{CL} = v_{ref}$, $T^{CL} = T_{ref}$ et $Ps^{CL} = Ps_{ref}$ sont imposées aux niveaux des conditions limites inférieures et supérieures, avec pour valeurs de référence les valeurs décrites sur la Table 3.6. Cette étape s'achève au bout d'un temps t_{choro} .
- une deuxième étape pendant laquelle les quatre grandeurs u , v , T et Ps seront imposées de manière graduelle, suivant l'Eq. 3.7. Cette étape est ici échelonnée sur $3 t_{choro}$. Une étude de sensibilité a montré qu'en dessous, les pics de pressions apparaissaient toujours,

$$\begin{aligned}
 u^{CL} &= u_{ref} \times dk + u(x_i, t) \times (1 - dk) \quad , \\
 v^{CL} &= v_{ref} \times dk + v(x_i, t) \times (1 - dk) \quad , \\
 T^{CL} &= T_{ref} \times dk + T(x_i, t) \times (1 - dk) \quad , \\
 Ps^{CL} &= Ps_{ref} \times dk + Ps(x_i, t) \times (1 - dk) \quad , \\
 \text{avec} \quad dk &= \frac{\exp(2k) - 1}{\exp(2) - 1} \quad \text{et} \quad k = \frac{t - t_{choro}}{4t_{choro} - t_{choro}} \quad .
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Où $u(x_i, t)$, $v(x_i, t)$, $T(x_i, t)$ et $Ps(x_i, t)$ sont les valeurs des grandeurs au niveau de la ligne chorochronique (déphasées d'un temps t_{choro} ou $t_{sill} - t_{choro}$ en fonction de la condition limite).

- enfin la dernière étape est l'application directe des conditions chorochroniques, et fonctionnent de manière classique comme dans la section précédente.

Cette imposition plus progressive qui suit une loi exponentielle a pour but de limiter l'apparition d'ondes de pression dans le domaine. Le résultat est immédiat, les pics de pression disparaissent en imposant graduellement la condition limite chorochronique (Fig. 3.18c). Par contre, les variations de pression continues restent inchangées, alors que le cas test de référence donne une pression uniforme. Les écarts sur les vitesses u et v restent inchangés, comme il est possible de le noter au travers des Figs. 3.18a & 3.18b.

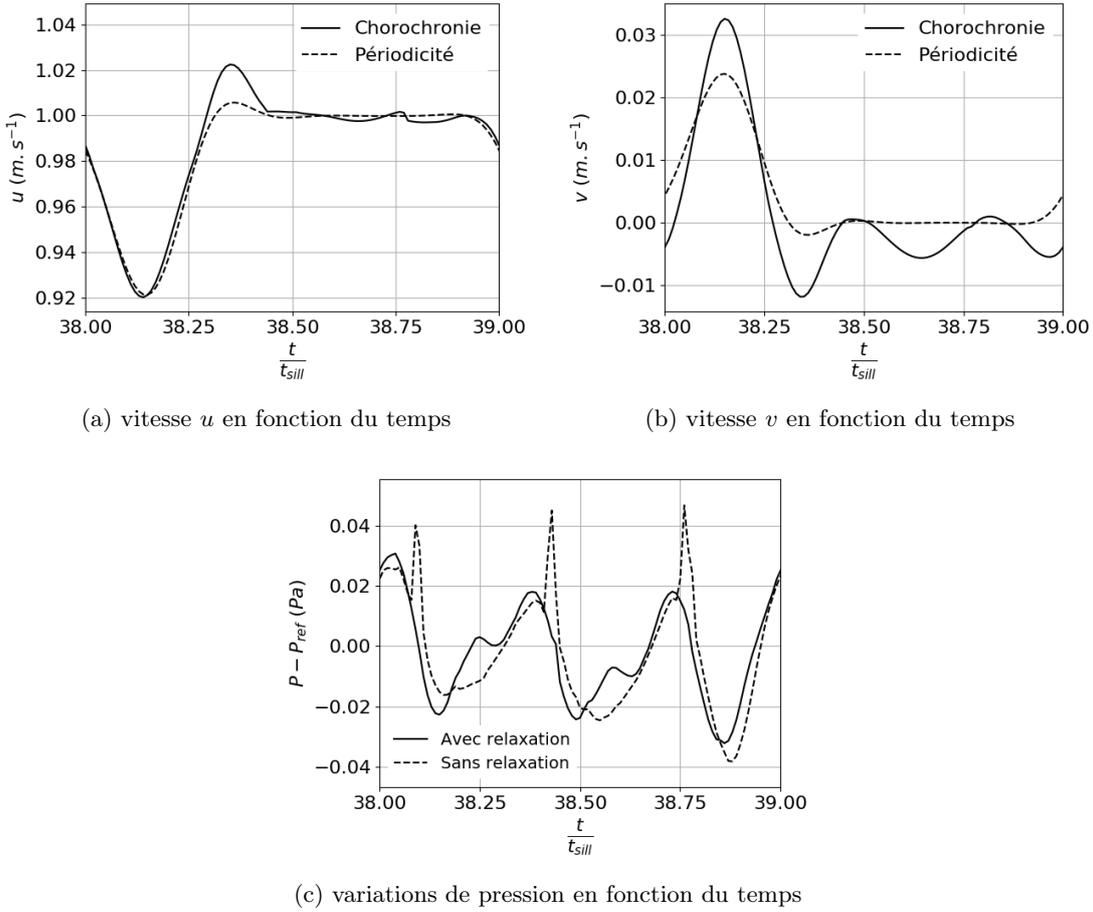


FIGURE 3.18 – Résultat du cas avec des conditions limites échelonnées

Une autre façon de supprimer les pics de pression est d'utiliser la même idée, mais appliquée à la condition limite d'entrée. La simulation débute avec pour valeurs d'entrée u_0 et v_0 , donc un écoulement uniforme et stationnaire. A partir de $t=t_{choro}$, les deux grandeurs suivent l'Eq. (3.8), avec pour différence la variation linéaire de Δu en entrée,

$$\begin{aligned}
 u(x_i, t) &= u_0 - \Delta u \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{(y - y_{cible})^2}{2(\delta_{sillage})^2}\right) , \\
 v(x_i, t) &= v_0 + \frac{\Delta u V_{transl}}{u_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{(y - y_{cible})^2}{2(\delta_{sillage})^2}\right) , \\
 \text{avec } y_{cible} &= V_{transl}t + n\Delta L \quad \delta_{sillage} = \frac{\Delta L}{6} \quad \Delta u = \Delta u_{ref} \times \frac{t - t_{choro}}{4t_{choro} - t_{choro}} .
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

L'effet de ce traitement donne des résultats identiques aux précédents, c'est à dire une disparition des pics (Fig. 3.18c). Il reste cependant toujours le problème des variations de pression qui semblent être directement liées à l'écoulement et non pas à la manière dont sont imposées les conditions limites chorochroniques. Le transitoire semble ne pas être évacué de manière efficace.

3.4 Conclusion

Différentes implémentations ont été testées pour valider le contexte chorochronique. Une première qui utilisait les cellules fantômes, mais qui n'était pas adaptée au traitement des ondes, qui est obligatoire dans un code compressible. Cette méthode néanmoins permis la validation et la meilleure compréhension des différents périodes temporelles mises en jeu. Une deuxième méthode avec des conditions limites NSCBC a permis d'évacuer une partie des ondes, mais le champ de vitesse ne correspondait pas au champ de référence. Enfin, une troisième méthode a permis la validation d'une implémentation de la condition chorochronique dans ce contexte particulier d'écoulement en deux dimension a été possible. Cette condition pourra par la suite être utilisée pour effectuer des applications plus concrètes.

Applications

Dans ce chapitre, les conditions limites chorochroniques sont appliquées à un domaine possédant une géométrie, s'approchant ainsi un peu plus d'un cas réel. La première configuration a été effectuée avec une cascade de profils NACA présents dans le domaine de calcul, la deuxième avec une cascade de cylindres. Il s'agissait notamment de tester la réaction de ces conditions limites à un écoulement perturbé par différentes géométries. Afin que l'hypothèse chorochronique soit vérifiée, il est encore une fois nécessaire d'avoir une condition d'entrée qui simule des sillages.

Sommaire

4.1 Simulation chorochronique de profils NACA	41
4.1.1 Mise en place du cas	41
4.1.2 Résultats et analyses	43
4.2 Simulation chorochronique de cylindres	46
4.2.1 Mise en place du cas	46
4.2.2 Résultats et analyses	46
4.3 Conclusion	49

4.1 Simulation chorochronique de profils NACA

Une première application sur des profils est réalisée. Ce choix est motivé par la forme profilée de la géométrie qui ne devrait pas perturber trop l'écoulement pour une première application. Une comparaison entre trois simulations sera effectuée, une simulation périodique avec des sillages en entrée, une simulation périodique sans sillage, et une simulation chorochronique avec sillages.

4.1.1 Mise en place du cas

Comme précédemment, il s'agit de mettre en place une configuration susceptible d'être simulée à la fois par des conditions limites périodiques et par des conditions limites chorochroniques. Il a été proposé la simulation périodique d'un cas avec deux profils NACA et trois sillages impactants. Le dispositif est présenté sur la Fig. 4.1a. Une simulation périodique sans sillage en entrée sera effectuée comme moyen de comparaison. Trois simulations sont donc planifiées :

- La simulation 1 qui est la simulation périodique sans sillage en entrée.
- La simulation 2 qui est la simulation périodique avec sillage en entrée.
- La simulation 3 qui est la simulation chorochronique.

A la différence des simulations effectuées au chapitre précédent, le maillage du dispositif chorochronique n'est pas uniquement constitué de carrés. Le maillage est constitué de trois parties :

- La partie centrale proche des profils NACA dont les mailles sont non structurées pour faciliter le maillage.
- Deux parties au niveau des bords supérieur et inférieur dont les mailles sont structurées pour pouvoir utiliser la méthode chorochronique. L'épaisseur de cette zone au maillage carré est fixée à 10 cellules (Fig. 4.1b). Une étude faisant varier ce paramètre est peut-être nécessaire pour vérifier l'impact d'un tel maillage. Cette solution est de toute façon temporaire puisqu'à terme, une interpolation de maillage permettra de s'affranchir des maillages carrés.

Les maillages des deux simulations périodiques sont uniquement constitués de mailles non structurées.

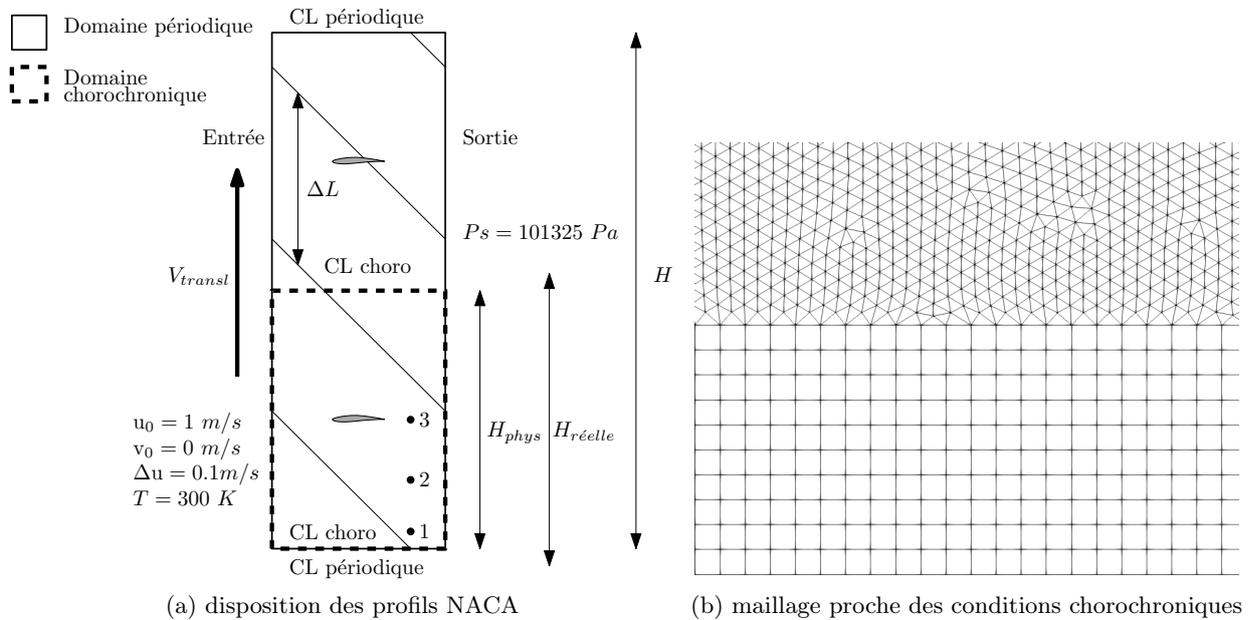


FIGURE 4.1 – Présentation du cas avec profils NACA

Les profils NACA sont des NACA 2412. Les dimensions sont données par les Tables 4.1 & 4.2. Les centres des profils sont situés au milieu des cordes des profils. Les profils ont un angle d'attaque nul. Il est à noter que l'espacement intersillage ΔL est augmenté par rapport aux cas précédents de manière à avoir 3 sillages sur la hauteur totale H du domaine périodique. Les deux profils sont placés à $\frac{1}{4}H$ et $\frac{3}{4}H$ verticalement, et sont horizontalement centrés, de telle sorte qu'il est possible de séparer le domaine en deux parties identiques pour $y = 2.1 m$. En ne sélectionnant qu'une seule des deux parties (Fig. 4.1a), l'écoulement ne respecte plus l'hypothèse de périodicité entre les limites inférieure et supérieure. L'hypothèse chorochronique est par contre bien vérifiée. La spécification de cet écoulement est détaillée dans la Table 4.3. Les conditions limites inférieure et supérieure sont toujours des conditions entrée/sortie NSCBC.

H périodique	4.2 m
H_{phys} chorochronique	2.1 m
$H_{réelle}$ chorochronique	2.2 m
Longueur	2 m
Taille de maille carrée	0.01 m
ΔL	1.4 m

TABLE 4.1 – Dimensions

	profil 1	profil 2
position x	1.0 m	1.0 m
position y	1.05 m	3.15 m
corde	0.5 m	0.5 m

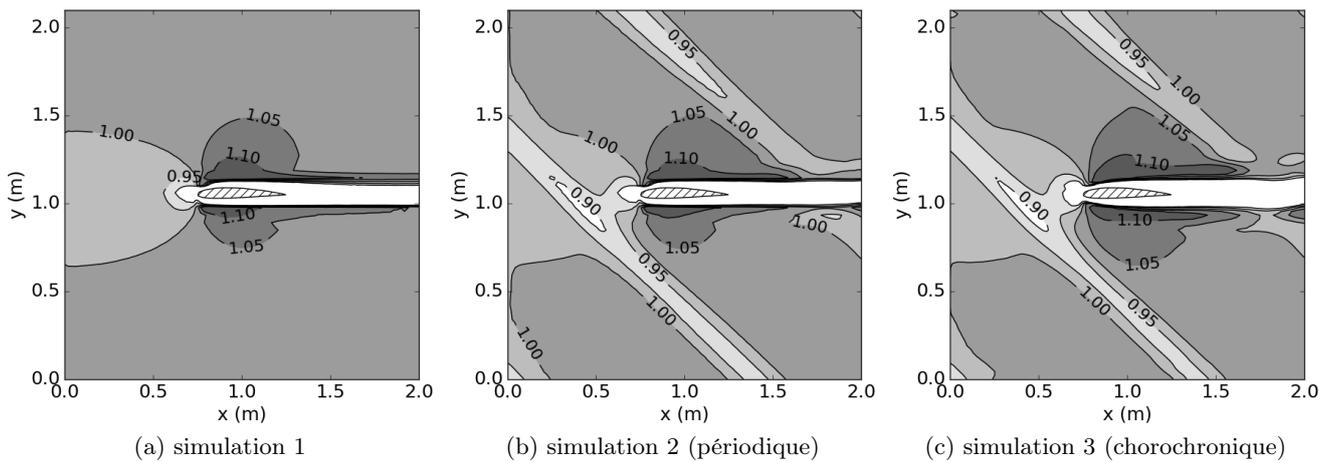
TABLE 4.2 – Disposition des profils

Entrée		CL inf et CL sup	
u_0	1 m/s	u^{CL}	1 m/s
v_0	0 m/s	v^{CL}	0 m/s
Δu	0.1 m/s	T^{CL}	300 K
V_{transl}	1.0 m/s	P_s^{CL}	101325 Pa
T	300 K	Sortie	
$\delta_{sillage}$	0.1 m	Ps	101325 Pa

TABLE 4.3 – Configuration de l'écoulement

4.1.2 Résultats et analyses

Le nombre de Reynolds en prenant pour longueur caractéristique l'épaisseur du profil est $Re = 7690$. La simulation sans sillage donne un écoulement totalement stationnaire. Une image instantanée est présentée Fig. 4.2a. Le champ de vitesse des deux autres simulations sont relativement proches, à la différence que le sillage du profil NACA de la simulation 3 (chorochronique) semble interagir avec la cascade de sillages, et pas sur la simulation périodique 2 (Fig. 4.2)

FIGURE 4.2 – Champs instantanés de la vitesse u

Les champs instantanés de la simulation 3 différents instants (Fig. 4.3) confirme que le sillage créé par le profil interagit avec la cascade de sillages, le sillage oscille autour d'une position horizontale.

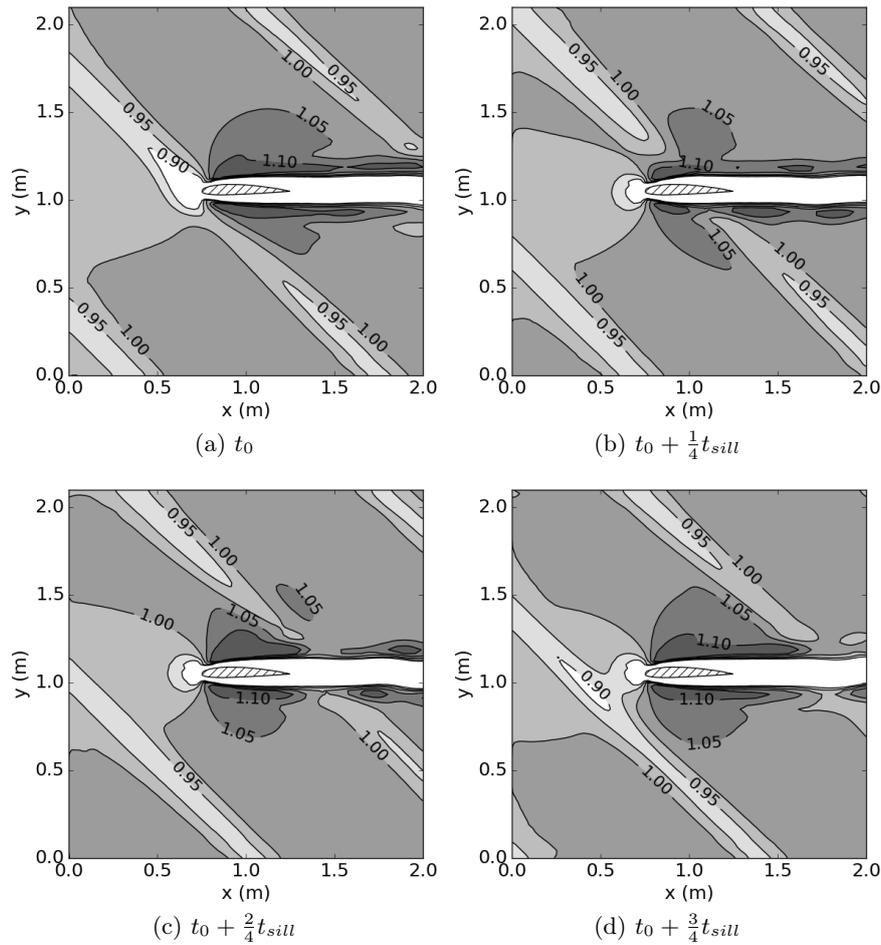
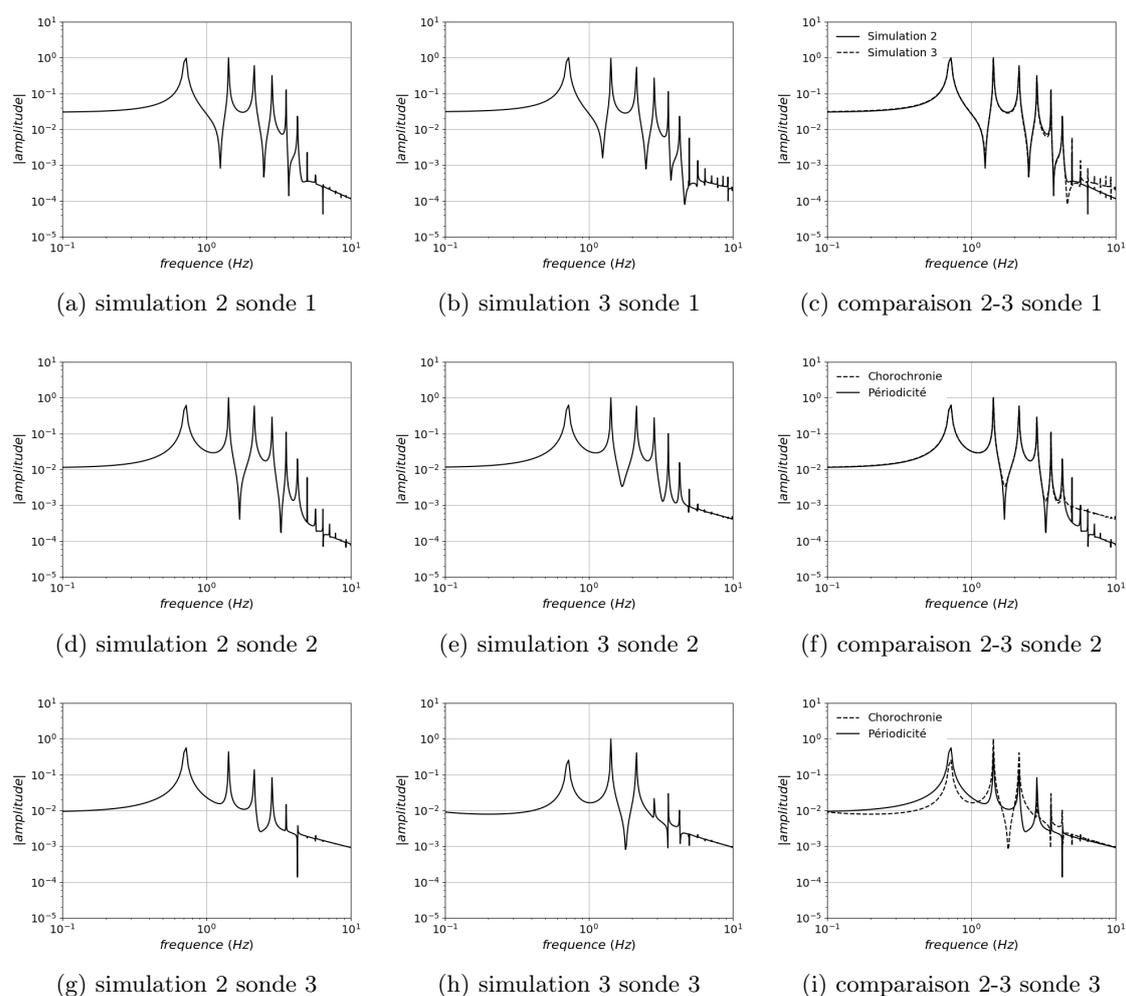
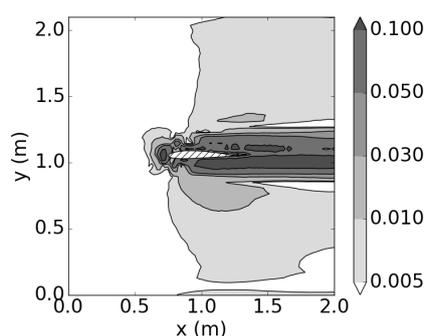


FIGURE 4.3 – Champs instantanés de la vitesse u de la simulation 3 (chorochronique)

Les variations causées par les géométries mises en jeu motivent une étude fréquentielle plutôt que de faire une simple comparaison de champs instantanés. Les Figs. 4.4a - 4.4c montrent que sur la sonde 1, c'est à dire proche de la condition limite inférieure, la fréquence de passage des sillages et ses harmoniques sont bien capturés ($f = 0.7Hz$). De même pour la sonde 2 (Figs. 4.4d - 4.4f). A plus haute fréquence, l'amplitude du cas périodique semble diminuer plus rapidement, mais les deux suivent la même pente. Par contre, dans le sillage (sonde 3), l'harmonique principal a une amplitude moins importante dans le cas chorochronique (Fig. 4.4i). Cette baisse d'amplitude est peut-être expliquée par les oscillations observées précédemment sur le cas chorochronique qui ne sont pas visibles le cas périodique.

Afin de pouvoir mieux comparer les deux simulations 2 et 3, les champs sont moyennés sur $30 t_{sill}$, et l'écart relatif e de la composante u est représenté sur la figure Fig. 4.5. Le champ est relativement proche avec moins de 1% d'écart sur une la majorité du domaine. C'est au niveau du profil que les plus gros écarts sont observés, avec 10% d'écart.

FIGURE 4.4 – FFT de la composante u des simulations 2 et 3FIGURE 4.5 – Écart relatif de la composante \bar{u}

De manière générale, les phénomènes sont bien capturés par la condition chorochronique. De légères différences sont cependant notables au niveau du profil et de son sillage. Un cas avec des cylindres permettra de tester la condition avec l'ajout d'une fréquence supplémentaire liée aux détachements tourbillonnaires.

4.2 Simulation chorochronique de cylindres

Le cas d'application est semblable au précédent, à la différence que cette fois, la géométrie aura un impact important sur la topologie de l'écoulement, des phénomènes instationnaires dus aux détachements tourbillonnaires verront le jour.

4.2.1 Mise en place du cas

Cette nouvelle configuration reprend la configuration précédente, en remplaçant les profils NACA par des cylindres. La Fig. 4.6 en illustre la représentation. Tous les autres paramètres, notamment les conditions limites, sont identiques et sont détaillés sur les Tables 4.1, 4.2 & 4.3.

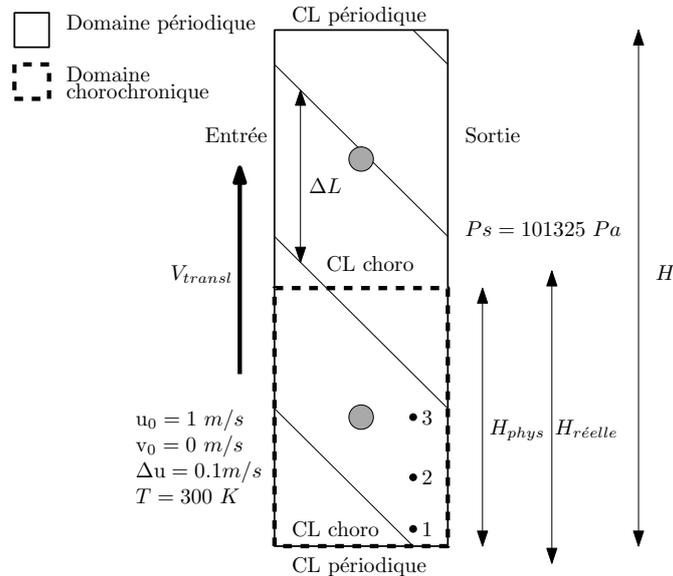
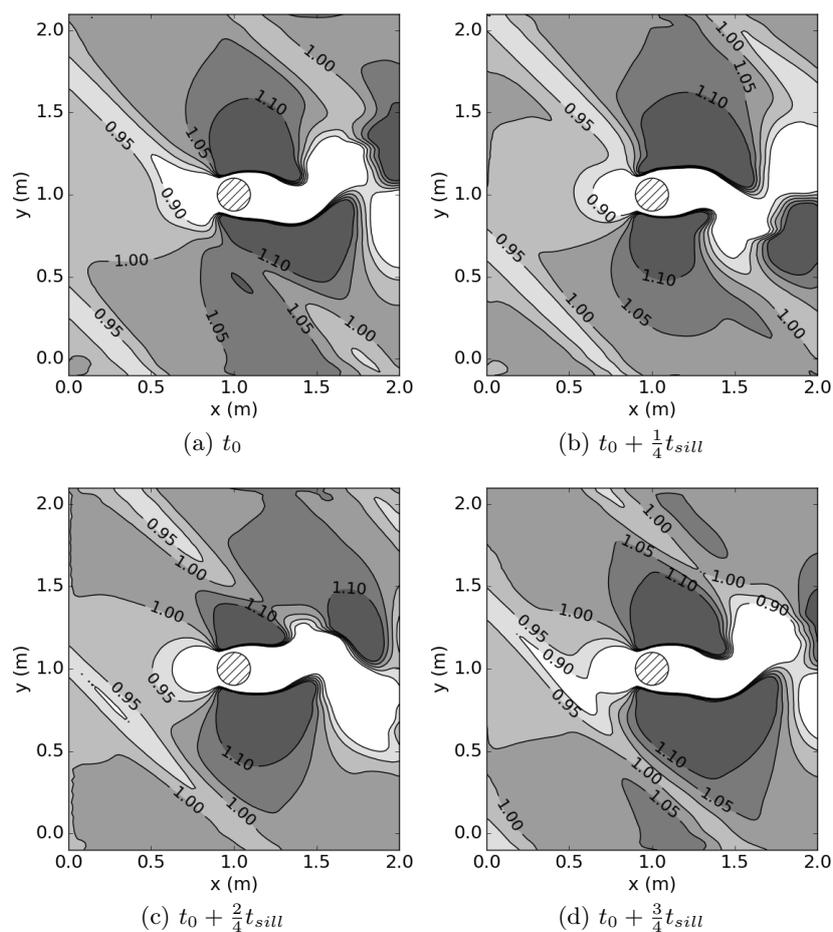


FIGURE 4.6 – Disposition des cylindres

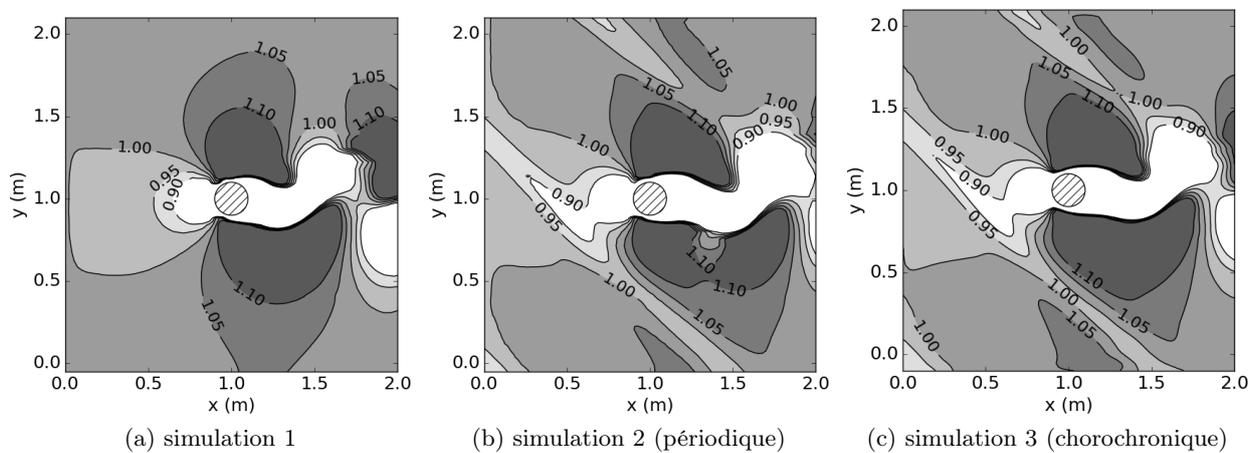
4.2.2 Résultats et analyses

Le nombre de Reynolds vaut ici $Re = 12820$. C'est un nombre largement suffisant pour voir apparaître des détachements tourbillonnaires. Le nombre de Strouhal St est défini par $St = \frac{fD}{V}$ avec f la fréquence des détachements tourbillonnaires, D le diamètre du cylindre, et V la vitesse de l'écoulement. A ce nombre de Reynolds, le nombre de St devrait valoir 0.2. Dans de telles conditions, la fréquence f des détachements est estimée à $f = 1 \text{ Hz}$.

Le champ de vitesse est clairement impacté par le sillage du cylindre (Fig. 4.7).

FIGURE 4.7 – Champs instantanés de la vitesse u de la simulation 3 (chorochronique)

Des instantanés des différentes simulations sont représentés Fig. 4.7. Cette fois ci, la simulation sans sillage est sans surprise instationnaire. Il est alors encore plus difficile de dire si les sillages en entrée interagissent avec le sillage du cylindre et surtout à quel point. Une étude fréquentielle est nécessaire.

FIGURE 4.8 – Champs instantanés de la vitesse u

L'étude fréquentielle révèle de nombreux détails (Fig 4.9) :

- Tout d'abord, la simulation 1 possède des pics à la fréquence des lâchers tourbillonnaires calculée précédemment, c'est à dire 1 Hz , et au niveau de ses harmoniques. Ils sont visibles sur toutes les sondes.
- Les simulations 2 et 3 donnent des pics à la fréquence de 1 Hz (f_1) et ses harmoniques, mais aussi à la fréquence de passage des sillages d'entrée, à 0.7 Hz (f_2) et ses harmoniques. Des pics plus faibles correspondant à des combinaisons entre ces fréquences sont visibles (0.3 Hz environ qui correspond à $f_1 - f_2$, 0.4 Hz à $2f_2 - f_1$, 0.6 Hz environ qui correspond à $2f_1 - 2f_2$).
- Les pics des simulations 2 et 3 sont identiques, la décroissance aux plus grandes fréquences aussi.
- Au niveau du sillage (sonde 3), les simulations 2 et 3 ont un pic faible à la fréquence f_1 . L'harmonique principal des décollement tourbillonnaire est diminué par l'interaction entre le sillage du cylindre et les sillages de l'entrée.

La condition chorochronique de la simulation 3 reproduit donc parfaitement les phénomènes observés sur la simulation 2 (périodique avec sillages).

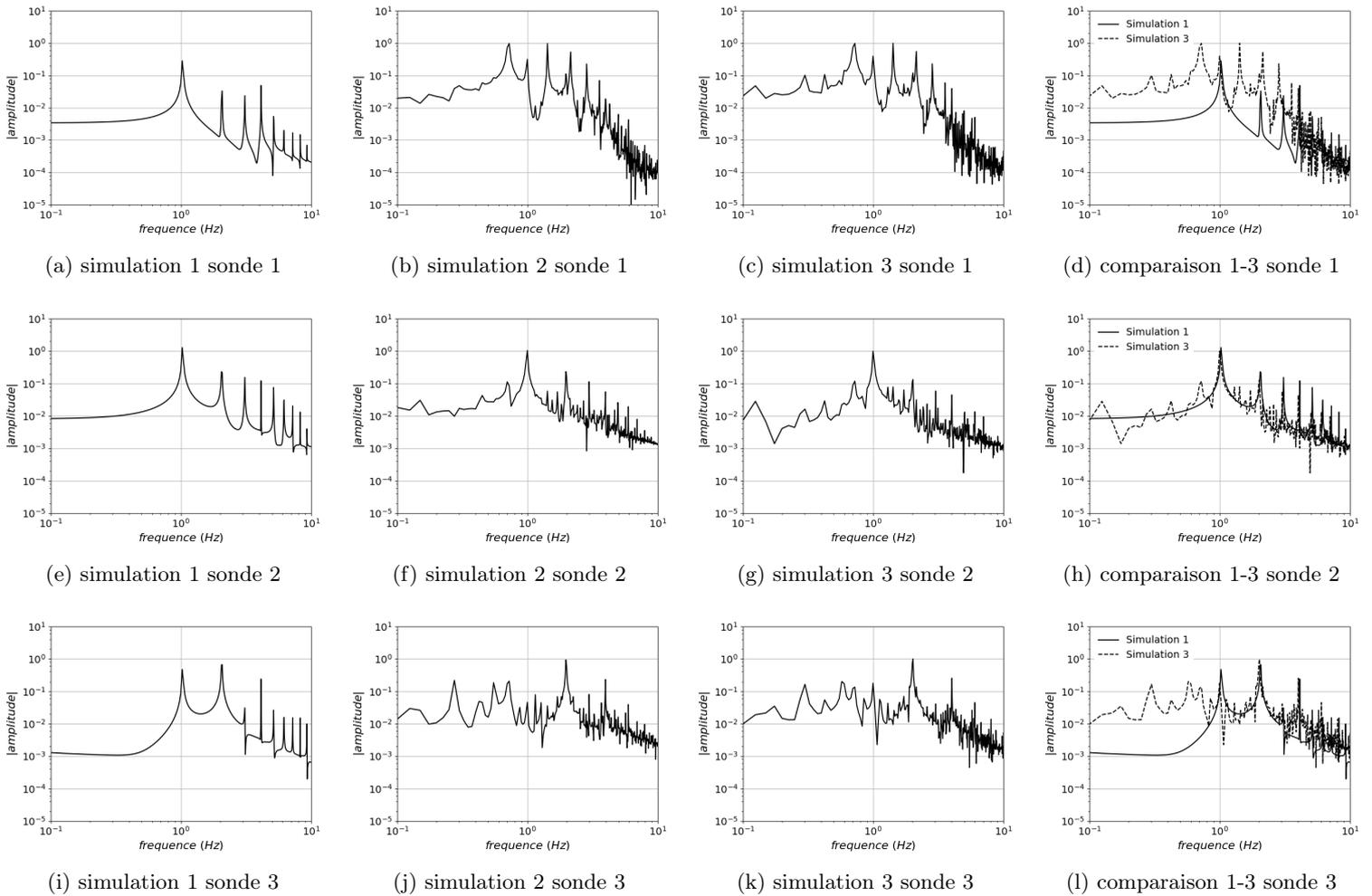


FIGURE 4.9 – FFT de la composante u des simulations 1, 2 et 3

Une topologie de l'écart relatif e de la composante de la vitesse u est proposée Fig. 4.10. L'écart reste très faible même au niveau du sillage. Seule la vitesse autour du cylindre, au niveau de la

couche limite, dépasse les 1%.

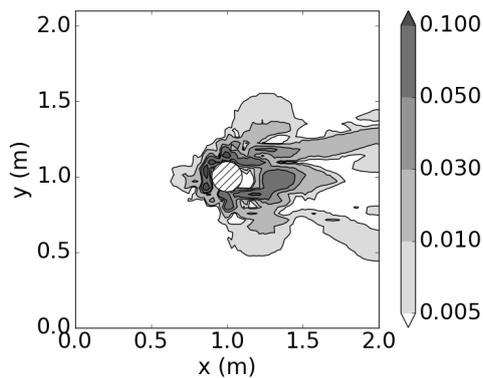


FIGURE 4.10 – Écart relatif de la composante \bar{u}

4.3 Conclusion

Les résultats de la simulation dans des conditions chorochroniques semblent en bonne adéquation avec la simulation périodique de référence. Les fréquences capturées sont superposables, les écarts relatifs restent relativement faibles. Il pourrait être intéressant de continuer cette étude avec différents nombres de cylindres, à différentes fréquences de détachements tourbillonnaires, avec différents écartements ΔL entre les sillages en entrée.

Conclusion

Synthèse

Dans l'optique d'optimiser les éléments d'une turbomachine pour répondre à la demande des avionneurs, la connaissance des phénomènes turbulents devient critique. L'augmentation des moyens de calculs rend les simulations LES toujours plus attractives. Les études industrielles sur des simulations LES se multiplient. Cependant, le coût de calcul reste extrêmement important dans la majorité des configurations industrielles. Les étages de turbomachines ont une propriété qui permet, sous certaines hypothèses, de réduire considérablement les coûts de calcul ; la périodicité spatio-temporelle. En effectuant un traitement particulier au niveau des conditions limites, il est tout à fait possible d'utiliser cette condition afin de ne simuler qu'un unique canal.

Ce travail a pour vocation l'implémentation d'une condition limite chorochronique dans le code AVBP, ainsi que sa validation. Une étude bibliographique a été effectuée afin de mieux cerner les différentes problématiques inhérentes à la simulation numérique appliquée aux turbomachines, et surtout à la chorochronie. La mise en place d'une simulation instationnaire a permis une meilleure compréhension du phénomène mis en jeu, ainsi que de vérifier l'hypothèse chorochronique dans ce cas particulier. L'ambivalence entre une analyse spatiale et une analyse temporelle a été soulignée. Différentes implémentations de la condition chorochronique ont été proposées :

- La première en partant des conditions chorochroniques utilisées par les méthodes URANS ne permet pas de converger à cause du caractère compressible du code. Les variations de pression faisaient diverger le calcul au bout d'un certain temps. En parallèle, différentes études ont été effectuées grâce à une résolution analytique de l'écoulement afin de mieux comprendre et implémenter la condition chorochronique.
- La deuxième méthode utilise les conditions non réfléchissantes du code AVBP, afin de traiter les ondes rencontrées avec la méthode précédente. Le calcul ne diverge plus, par contre, à cause de la conception de cette méthode, la condition chorochronique n'a pas permis de récupérer les bonnes informations aux limites.
- La dernière méthode traite les ondes comme la méthode précédente, mais en plus, elle récupère l'information nécessaire à une certaine distance du bord, permettant d'évacuer plus rapidement le transitoire.

Enfin, deux applications sur un cylindre et un profil NACA ont permis de tester et valider les conditions limites chorochroniques sur des cas plus concrets.

Perspectives

Cette étude n'est qu'une ébauche du travail qu'il reste à accomplir. En particulier les différents points suivants doivent être investigués :

- La mise en place d'une interpolation de maillages entre les deux conditions limites inférieure et supérieure afin de s'affranchir des mailles carrées.
- L'implémentation d'une condition limite chorochronique à l'interface entre le rotor et le stator.
- L'étude en deux dimensions de la configuration académique d'un étage complet.
- La mise en place de moyens de compression de l'information et leur validation sur des cas documentés.
- Le passage en trois dimensions sur des cas simples.
- La simulation d'un étage complet en trois dimensions et sa validation par rapport à une simulation sectorielle ou de l'étage entier.
- La mise en place de solutions permettant de simuler plusieurs étages à l'aide de méthodes multi-chorochroniques.

Bibliographie

- [1] ACARE Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe, *Flightpath 2050, Europe's Vision for Aviation*, 2011. report, www.acare4europe.org. (Page 1)
- [2] CAA Civil Aviation Authority, *Environmental charging - review of impact of noise and NOx landing charges*, 2017. report, www.caa.co.uk. (Page 1)
- [3] FAA Federal Aviation Administration, *Aerospace Forecast-Fiscal Years 2018-2038*, 2018. report, www.faa.gov. (Page 1)
- [4] "www.universalis.fr". (Page 1)
- [5] G. M. Laskowski, J. Kopriva, V. Michelassi, S. Shankaran, U. Paliath, R. Bhaskaran, Q. Wang, C. Talnikar, Z. J. Wang, and F. Jia, "Future directions of high fidelity CFD for aerothermal turbomachinery analysis and design," in *46th AIAA Fluid Dynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2016. (Page 2)
- [6] US Department of Energy, Advanced Scientific Computing Advisory Committee, *The Opportunities and Challenges of Exascale Computing*, 2010. report, www.science.energy.gov. (Page 2)
- [7] N. Gourdain, F. Sicot, F. Duchaine, and L. Gicquel, "Large eddy simulation of flows in industrial compressors : a path from 2015 to 2035," *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 372, jul 2014. (Page 2)
- [8] L. Castillon, N. Gourdain, T. Guédeney, and F. Sicot, "Evaluation of two unsteady numerical approaches for the simulation of multi-frequency turbomachinery flows," in *11th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics and Thermodynamics*, 2015. (Pages 3 et 14)
- [9] S. B. Pope, *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000. (Page 6)
- [10] D. C. Wilcox *et al.*, *Turbulence modeling for CFD*, vol. 2. DCW industries La Canada, CA, 1998. (Page 6)
- [11] P. Sagaut, *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows : An Introduction (Scientific Computation)*. Springer, 2005. (Pages 6 et 9)
- [12] T. Poinso and D. Veynante, *Theoretical and Numerical Combustion, Second Edition*. R.T. Edwards, Inc., 2005. (Pages 6 et 9)
- [13] V. Gravemeier, "Current methods for the numerical simulation of turbulent flows," *CAD-FEM Infoplaner*, vol. 1, p. 44–45, 2007. (Page 7)
- [14] P. Catalano, M. Wang, G. Iaccarino, and P. Moin, "Numerical simulation of the flow around a circular cylinder at high reynolds numbers," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 24, pp. 463–469, aug 2003. (Page 7)

- [15] A. Kolmogorov, "The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers," *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, vol. 30, pp. 301–305, 1941. (Page 8)
- [16] J. Fontane and J. Cazalbou, "Physics of turbulence." (Page 8)
- [17] M. Rai, "A direct numerical simulation of flow through a low pressure turbine stage," in *41st AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2011. (Page 8)
- [18] D. Chapman, "Computational aerodynamics development and outlook," *AIAA Journal*, vol. 17, pp. 1293–1313, dec 1979. (Page 8)
- [19] U. Piomelli and E. Balaras, "Wall-layer models for large eddy simulations," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 34, pp. 349–374, jan 2002. (Page 9)
- [20] J. Smagorinsky, "General circulation experiments with the primitive equations," *Monthly Weather Review*, vol. 91, pp. 99–164, mar 1963. (Page 9)
- [21] F. Ducros, N. Franck, and T. Poinso, "Wall-adapting local eddy-viscosity models for simulations in complex geometries," *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, vol. 4, 01 1998. (Page 9)
- [22] F. Nicoud, "Defining wave amplitude in characteristic boundary conditions," *Journal of Computational Physics*, vol. 149, no. 2, pp. 418 – 422, 1999. (Page 9)
- [23] J. Denton and U. Singh, "Time marching methods for turbomachinery flow calculation," in *In Von Karman Inst. for Fluid Dyn. Appl. of Numerical Methods to Flow Calculations in Turbomachines 47 p*, 1979. (Page 9)
- [24] N. Gourdain, M. Montagnac, F. Wlassow, and M. Gazaix, "High-performance computing to simulate large-scale industrial flows in multistage compressors," *The International Journal of High Performance Computing Applications*, vol. 24, pp. 429–443, may 2010. (Page 10)
- [25] J. Erdos and E. Alzner, "Computation of unsteady transonic flows through rotating and stationary cascades, vol. 1-method of analysis," *NASA CR 2900*, 1977. (Pages 10 et 12)
- [26] J. I. Erdos, E. Alzner, and W. McNally, "Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage," *AIAA Journal*, vol. 15, pp. 1559–1568, nov 1977. (Page 10)
- [27] J. Neubauer, *Aérodynamique 3-D Instationnaire des Turbomachines Axiales Multi-Étages*. PhD thesis, Paris 6, 2004. (Page 11)
- [28] G. A. Gerolymos and V. Chapin, "Generalized expression of chorochronic periodicity in turbomachinery blade-row interaction," *La Recherche Aérospatiale n°5*, pp. 69–73, 1991. (Page 12)
- [29] G. A. Gerolymos, G. J. Michon, and J. Neubauer, "Analysis and application of chorochronic periodicity in turbomachinery rotor/stator interaction computations," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 18, pp. 1139–1152, nov 2002. (Pages 12 et 14)
- [30] G. Mouret, *Adaptation of phase-lagged boundary conditions to large-eddy simulation in turbomachinery configuration*. PhD thesis, INPT, 2016. (Page 13)
- [31] G. A. Gerolymos, "Filtered chorochronic interface as a capability for 3-d unsteady through-flow analysis of multistage turbomachinery," *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 27, no. 2, pp. 100–117, 2013. (Page 14)
- [32] R. Yang, Y. Gu, Y. Xue, and N. Ge, "Unsteady simulation of a 3.5 stage compressor using multi-frequency phase-lagged method," in *2018 15th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST)*, pp. 651–657, Jan 2018. (Page 14)

-
- [33] G. A. Gerolymos, G. Tsanga, and I. Vallet, "Near-wall k-e computation of transonic turbomachinery flows with tip clearance," *AIAA Journal*, vol. 36, pp. 1769–1777, oct 1998. (Page 14)
- [34] G. A. Gerolymos and C. Hanisch, "Multistage three-dimensional navier-stokes computation of off-design operation of a four-stage turbine," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A : Journal of Power and Energy*, vol. 213, pp. 243–261, jun 1999. (Page 14)
- [35] G. Mouret, N. Gourdain, and L. Castillon, "Adaptation of phase-lagged boundary conditions to large eddy simulation in turbomachinery configurations," *Journal of Turbomachinery*, vol. 138, p. 041003, dec 2015. (Page 14)
- [36] T. Poinso and S. Lele, "Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 101, no. 1, pp. 104–129, 1992. (Page 17)
- [37] F. Nicoud, H. B. Toda, O. Cabrit, S. Bose, and J. Lee, "Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations," *Physics of Fluids*, vol. 23, p. 085106, aug 2011. (Page 17)
- [38] F. Nicoud, "Defining wave amplitude in characteristic boundary conditions," *Journal of Computational Physics*, vol. 149, pp. 418–422, mar 1999. (Page 17)